Ministère de l'Enseignement Supérieur
et de la Recherche Scientifique
****
Direction Générale des Etudes Technologiques
****
Institut Supérieur des Etudes Technologiques de Kélibia

Recueil des Travaux Dirigés

Circuits électriques

Support de TDs et recueil d'examens adressé aux étudiants de niveau L1 en Génie Electrique et L1 en Génie Maritime

Version 6.2

Décembre 2018

Réalisé par :

- **Narjess SGHAIER**
- **Fèdia DOUIRI**

AVANT-PROPOS

Ce support de Travaux Dirigés (TD) et d'examens est destiné aux étudiants des établissements de l'enseignement supérieur (ISET, L1).

Le manuel présente d'une part des TDs corrigés. D'autre part, il présente un recueil de Devoirs Surveillés (DS) et d'Examens proposés tout au long des années d'enseignement des auteurs au sein des Instituts Supérieur des Etudes Technologiques de Nabeul, de Mahdia et de Kélibia.

Les exercices et problèmes présentés dans ce recueil, ont été élaborés par les auteurs eux-mêmes avec la collaboration de quelques collègues.

Les auteurs adressent d'avance leurs remerciements aux lecteurs qui voudront bien faire part de leurs critiques et de leurs remarques.

Auteurs : *Mme Narjess SGHAIER*
Mme Fèdia DOUIRI

SOMMAIRE

Travaux Dirigés

Devoirs Surveillés et Examens

Travaux Dirigés n°01

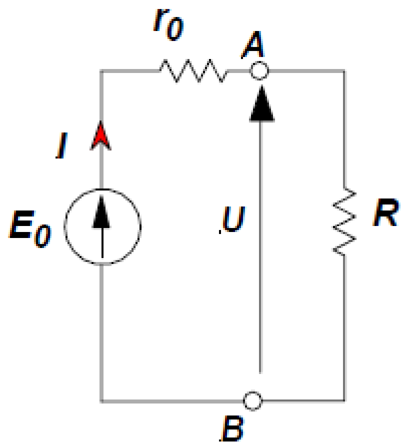
Exercice 01 :

On considère le circuit ci-contre constitué d'un générateur réel de tension continue ($E_0 r_0$)et d'une résistance variable R .

1) Etablir la formule littérale donnant la puissance dissipée dans la résistance R en fonction de E_0, r_0 et R.

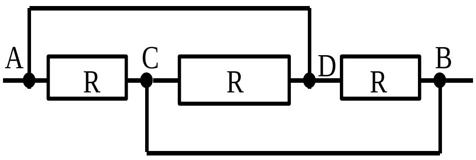
2) Pour quelle valeur de cette puissance est-elle maximale ? Calculer **Pmax**.

3) On donne E_0=100 V; r_0 =50Ω. Calculer la puissance maximale

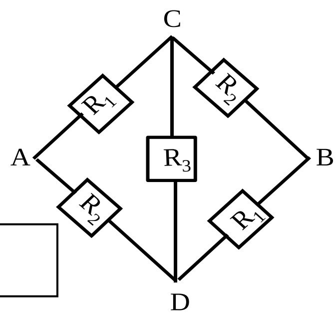


Exercice 02:

Déterminer la résistance équivalente entre les points A et B pour les circuits suivants :

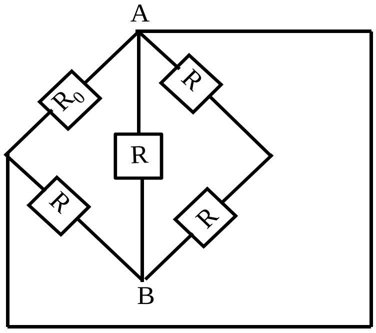


Circuit 1

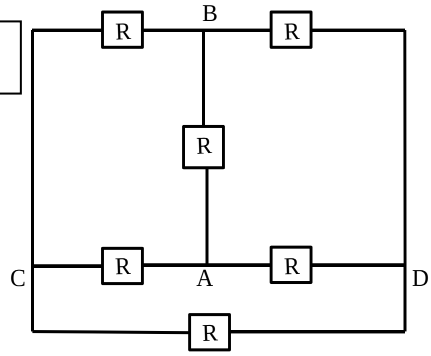


Circuit 2

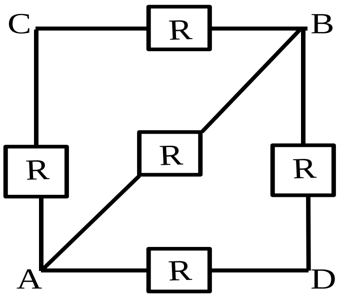
Circuit 3

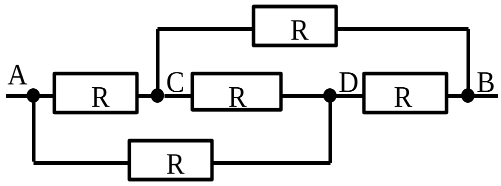


Circuit 4



Circuit 5





Circuit 6

Correction TD n°01

Exercice 01 :

1) La puissance dissipée dans la résistance R est : $P = RI^2$

$$\text{Avec } I = \frac{E_0}{(r_0 + R)} \text{ (D'aprésla loi des mailles)}$$

$$\mathbf{P = \frac{R * E_0^2}{(r_0 + R)^2}}$$

2) P est maximale si $\frac{dP}{dR} = 0$

$$\frac{dP}{dR} = E_0^2\left(\frac{(r_0 + R)^2 - 2R(r_0 + R)}{(r_0 + R)^2}\right) = E_0^2\left(\frac{{r_0}^2 + R^2 + 2r_0R - 2r_0R - 2R^2}{(r_0 + R)^2}\right)$$

$$= E_0^2\left(\frac{{r_0}^2 - R^2}{(r_0 + R)^2}\right)$$

$\frac{dP}{dR} = 0$ si $r_0 = R$ $\Longrightarrow$ P est maximale si $\boxed{R = r_0}$

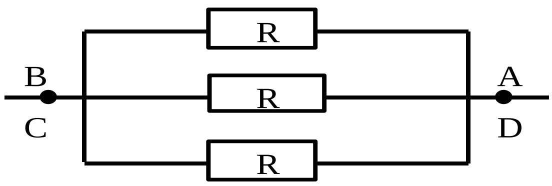
3) $E_0 = 100V$ et $r_0 = 50\Omega$

$r_0 = R = 50\Omega$

$$\Longrightarrow \mathbf{P = \frac{500}{(100)^2} * 100 = \frac{50}{100} = 0,5W}$$

Exercice 02 :

- ***Circuit 1***



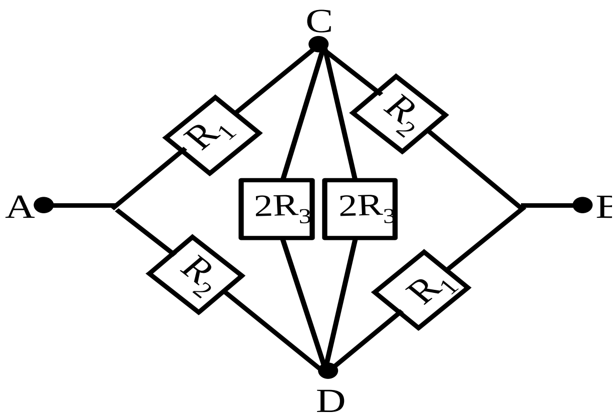
Deux points reliés par un fil de connection (assimilé à une résistance nulle) sont un seul et même points du point de vue électrique. On a donc : A=D et B=C.

Si on déplace donc A en D et B en C, on obtient :

Les trois résistances sont donc en dérivation entre A et B :

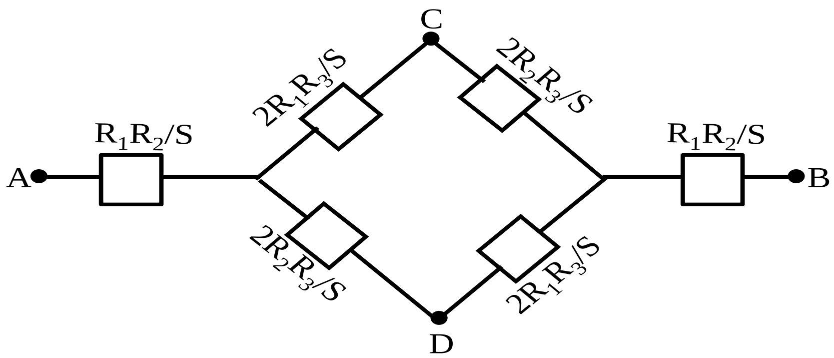
$$\frac{1}{R} = \frac{3}{R} \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{R_{AB} = \frac{R}{3}}$$

- ***Circuit 2***



De façon à respecter une certaine symétrie, il peut être astucieux de remplacer la résistance R_3 entre C et D par deux résistances $2R_3$ en dérivation.

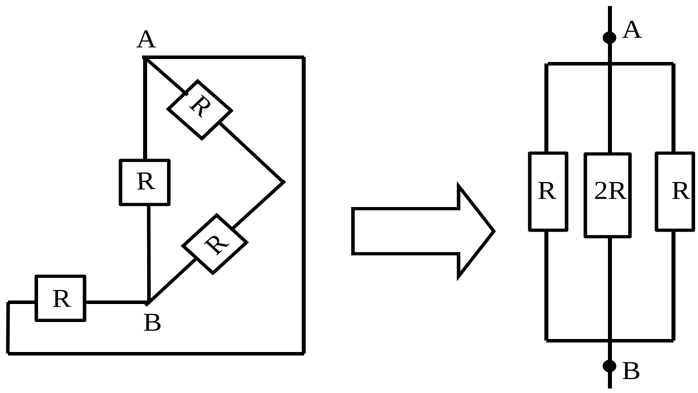
On obtient deux triangles ACD et BCD qu'on transforme en deux étoiles ; on obtient alors le circuit suivant :



$$R_{AB} = 2\frac{R_1R_2}{S} + \frac{1}{2}\left(\frac{2R_1R_3}{S} + \frac{2R_2R_3}{S}\right) = \frac{2R_1R_2}{S} + \frac{R_1R_3}{S} + \frac{R_2R_3}{S}$$

Soit, $$\boxed{R_{AB} = \frac{2R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}{R_1 + R_2 + 2R_3}}$$

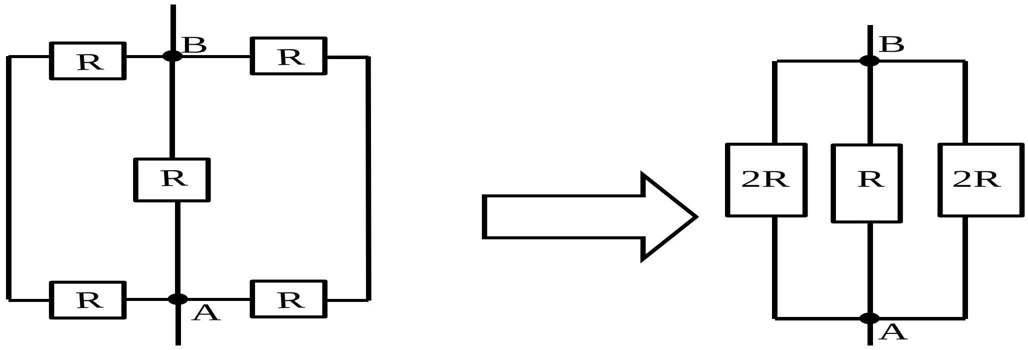
- ***Circuit 3***



La résistance R_0 se trouve entre deux points de même potentiel (les deux points A) ; on peut alors la retirer car elle ne sera pas traversée par aucun courant et le circuit devient :

$$\frac{1}{R_A} = \frac{1}{R} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{R} = \frac{5}{2R} \text{ ; soit : } \boxed{R_A = \frac{2R}{5}}$$

- ***Circuit 4***

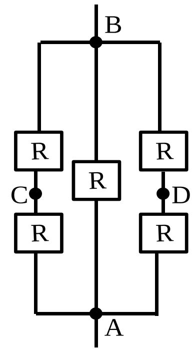


On suppose branché le dipôle entre A et B. Un courant I arrive au nœud A, sera divisé en deux fractions égales : les branches AC et CD sont alors traversées chacune par I/2. En conséquence, $V_C=V_D$. On peut alors enlever la résistance R entre C et D.

Il vient : R_{AB}= 2R//2R//R ; d'où : $\boxed{R_{AB} = \frac{R}{2}}$

- ***Circuit 5***

Le circuit peut être redessiné comme suit :

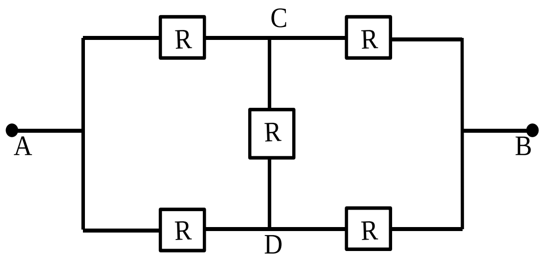


R_{AB} =2R//2R//R

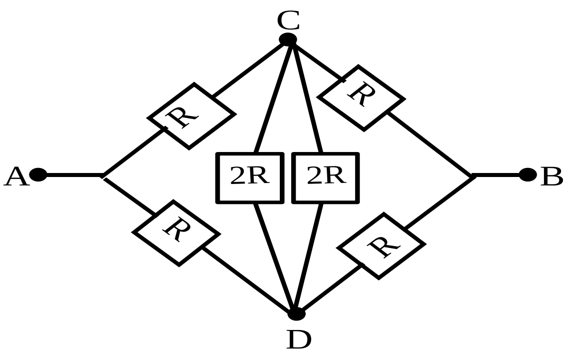
$$\boxed{R_{AB} = \frac{R}{2}}$$

- ***Circuit 6***

Ce type de montage nécessite une présentation faisant ressortir les points intermédiaires C et D (en fait, il s'agit de redessiner le montage) :



De manière à utiliser la transformation triangle-étoile, le montage est aussi équivalent à :



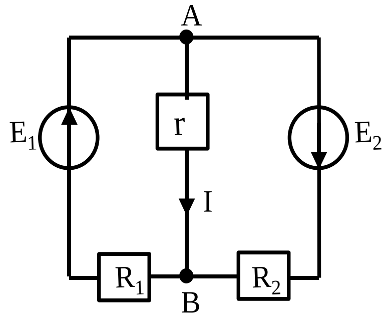
On obtient deux triangles qu'on transforme en deux étoiles, comme cela étant rencontré dans le circuit 2; et en suivant alors la même démarche, on obtient :

$$\boxed{R_{AB} = R}$$

Travaux Dirigés n°02

Exercice 01 :

Considérons un réseau à deux mailles constitué de deux générateurs de f.e.m. « E_1 » et « E_2 » alimentant une résistance « r » et deux résistances « R_1 » et « R_2 ».



Calculer le courant « **I** » dans la branche centrale AB du circuit en utilisant :

1) Les Lois de Kirchoff

2) Le Théorème de Superposition.

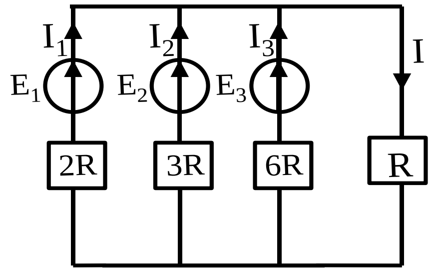
3) Le Théorème de Thévenin

4) Le Théoréme de Norton

5) Le Théorème de Millemann

Exercice 02 :

Calculer le courant « I » qui traverse la résistance « R » dans le circuit suivant :



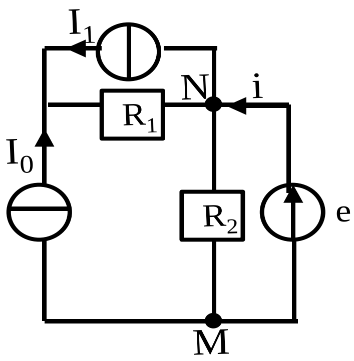
1) En appliquant les lois de Kirchoff.

2) En appliquant les théorèmes de Thévenin et de Norton.

3) En appliquant le théorème de Millmann

Exercice 03 :

Considérons le circuit suivant :



Calculer le courant « i » en appliquant successivement :

1) Les lois de Kirchhoff.

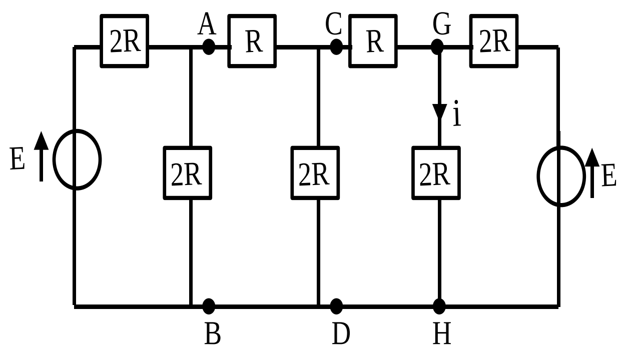
2) Le Théorème de Thévenin.

3) Le Théorème de Norton.

4) Le Théorème de Millmann.

Exercice 04:

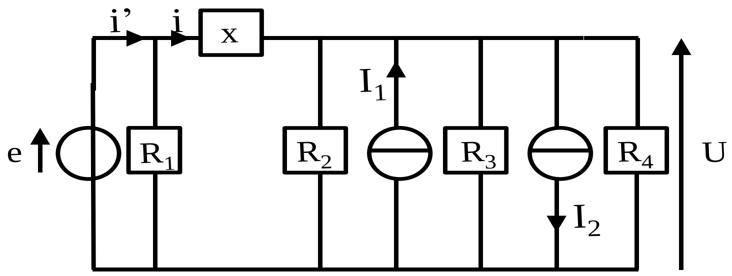
Soit le circuit suivant:



Déterminer le courant « i » en utilisant deux fois le théorème de Thévenin.

Exercice 05:

Considérons le circuit suivant :



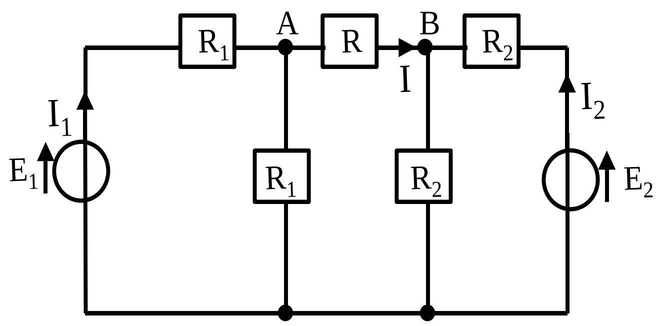
1) Simplifier le circuit et calculer par deux méthodes différentes les courants « i » et « i' » en fonction de la résistance « x » et des autres données.

2) Calculer la résistance « x » en fonction de la tension « u » et des autres données.

3) Applications numériques : calculer « x » puis « i » et « i' » pour :

R1=R2=1 kΩ ; R3=R4=2 kΩ ; e=5 V ; I_1=4 mA ; I_2 =2 mA ; u=3 V

Exercice 06:



Calculer le courant « I » dans le circuit suivant en appliquant successivement :

1) Les lois de Kirchhoff.

2) Le théorème de superposition.

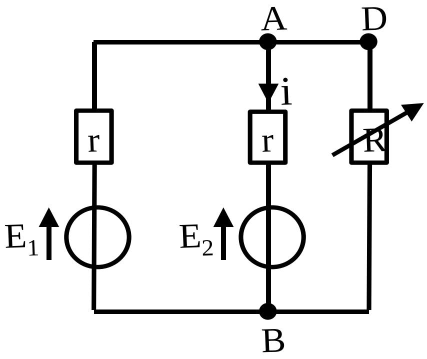
3) Le théorème de Thévenin.

4) Le théorème de Norton.

5) Le théorème de Millmann en A puis en B.

Exercice 07:

Soit le montage de la figure suivante dans lequel «E_1 » > «E_2 » et «R» une résistance variable.



1)

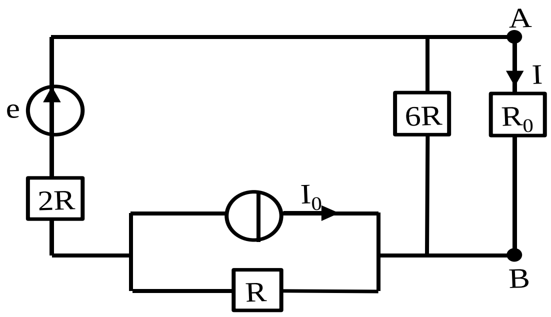
a) Exprimer l'intensité « i » du courant circulant dans la branche centrale de A vers B en fonction de «R», «r», «E_1» et «E_2». Calculer «i» pour E_1=2E_2=30 V ; R=3r=15 Ω.

b) Montrer qu'il existe une valeur non nulle «R_o» de «R», que l'on exprimera en fonction «r», «E_1» et «E_2», pour laquelle l'intensité «i» est nulle. Calculer «R_o».

2) On remplace le générateur de f.e.m. «E_1» par un générateur de courant électromoteur «I_o». Sachant que pour la même valeur «R_o» de «R», l'intensité du courant dont le sens réel est dirigé toujours de A vers B vaut i=0,5 A, exprimer, en utilisant le théorème de Norton, «I_o» en fonction de «r», «R_o», «i» et «E_2». Calculer «I_o».

Exercice 08:

Soit le circuit ci-contre :



Calculer le courant **«I»** qui traverse la résistance « R_o » en fonction de « R », « R_o », « e » et « I_o » en utilisant :

1) Les lois de Kirchhoff.

2) Le théorème de superposition.

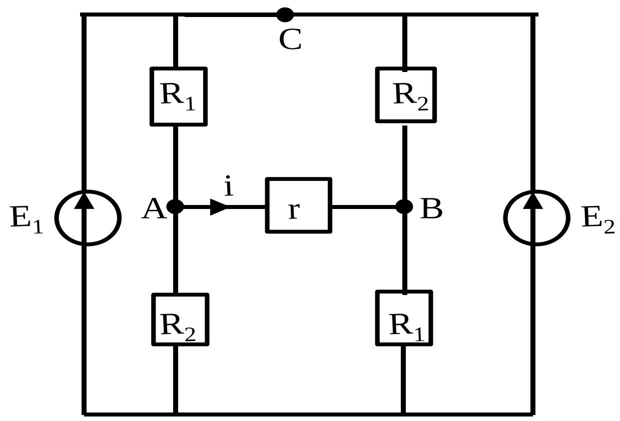
3) Le théorème de Thévenin.

4) Le théorème de Norton.

5) Le théorème de Millmann.

Exercice 09:

Déterminer l'intensité « i » qui traverse la résistance « r » dans le circuit suivant :



1) En appliquant le théorème de Thévenin.

2) En appliquant le théorème de Millmann en A puis en B.

+

Correction TD n°02

Exercice 01 :

1) Les lois de Kirchoff

En appliquant la loi des mailles nous avons:

- Dans la maille (1) nous avons: $E_1-R_1I_1-rI=0 \Rightarrow I_1 = \frac{E1-rI}{R_1}$
- Dans la maille (2) nous avons: $-E_2-R_2I_2+rI=0 \Rightarrow I_2 = \frac{E2+rI}{R_2}$

En appliquant la loi des nœuds nous avons:

$$I=I_1+I_2$$

En remplaçant I1 et I2 par les expressions trouvés précédemment nous obtenons:

$$I = \frac{E1 - rI}{R_1} + \frac{-E2 - rI}{R_2}$$

d'ou en réduisant au dénominateur commun:

$$R_1R_2*I=(E_1-rI)*R_2-(E_2+rI)*R_1$$

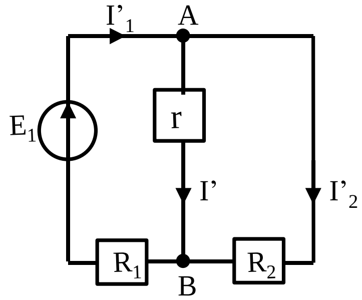
$$\Rightarrow (R_1R_2+rR_2+rR_1)*I= R_2E_1- R_1E_2$$

Nous obtenons alors

$$\mathbf{I = \frac{R_2E1 - R_1E2}{R_1R_2 + rR_1 + rR_2}}$$

2) Théorème de superposition

- Eteignons E_2 ; nous obtenons le circuit suivant :

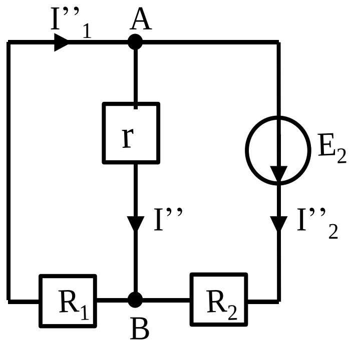


Les équations des mailles de gauche et de droite sont respectivement :

$$\begin{cases} E_1 - R_1 I'_1 = rI' & \Rightarrow \quad I'_1 = \dfrac{E_1 - rI'}{R_1} \\ R_2 I'_2 = rI' & \Rightarrow \quad I'_2 = \dfrac{rI'}{R_2} \end{cases}$$

La loi des nœuds s'écrit : $I' = I'_1 - I'_2$. Soit : $I' = \dfrac{E_1 - rI'}{R_1} - \dfrac{rI'}{R_2} = \dfrac{R_2 E_1}{R_1 R_2 + r(R_1 + R_2)}$

- De même, en éteignant E_1, nous obtenons le circuit suivant :



Une démarche similaire qu'auparavant entraîne que :

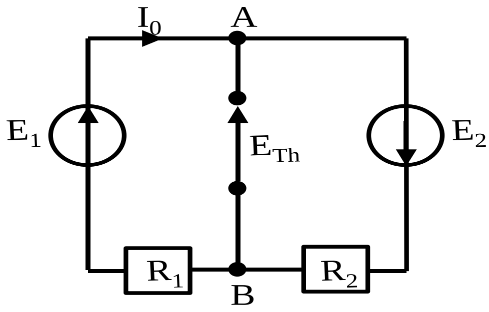
$$I'' = -\frac{R_1 E_2}{R_1 R_2 + r(R_1 + R_2)}$$

En écrivant maintenant que I=I'+I", d'après le théorème de superposition, on trouve :

$$\boxed{I = \frac{R_2 E_1 - R_1 E_2}{R_1 R_2 + r(R_1 + R_2)}}$$

3) Théorème de Thévenin

- La f.e.m. du générateur de Thévenin équivalent vaut la tension à vide entre A et B (r retirée) :



Faisons intervenir le courant intermédiaire I_o.

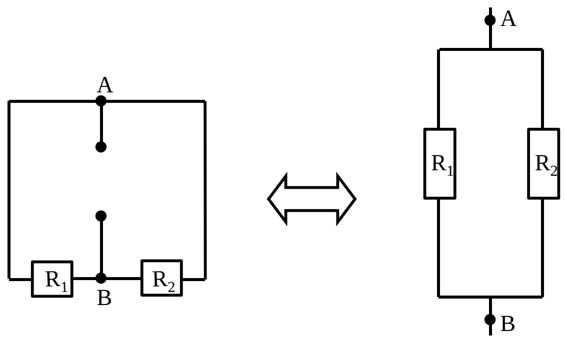
On a : $E_{Th}=R_2I_o-E_2$ avec aussi : $(R_1+R_2)I_o=E_1+E_2$; d'où :

$$E_{Th}=\frac{R_2E_1-R_1E_2}{R_1+R_2}$$

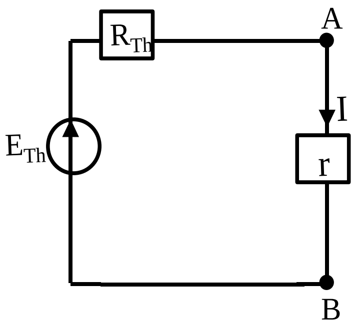
- Déterminons maintenant la résistance interne du générateur de Thévenin équivalent R_{Th}. Elle s'obtient en éteignant les sources idéales de tension ; soit :

  D'où : $R_{Th}=R_1//R_2$

$$R_N=R_{Th}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$$



Le circuit initial est donc équivalent au circuit suivant :



D'après la loi de Poillet : $I = \frac{E_{Th}}{R_{Th} + r}$. En remplaçant E_{Th} et R_{Th} par leurs valeurs, on aboutit à :

$$\boxed{I = \frac{R_2E_1 - R_1E_2}{R_1R_2 + r(R_1 + R_2)}}$$

Ainsi, on trouve bien le résultat du 1°) .

4) Théorème de Norton:

- Déterminons la résistance interne du générateur de Norton équivalent R_n. Elle s'obtient en éteignant les sources idéales de tension, soit :

$$R_N = R_{Th} = \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2}$$

- En court circuitant A et B Nous obtenons:

  - En appliquant la loi des noeuds: $In = I_1 + I_2$

  et d'après la loi des mailles nous avons: $I_1 = \frac{E_1}{R_1}$ et $I_2 = -\frac{E_2}{R_2}$

$$In = I_1 + I_2 = \frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2}{R_2} = \frac{R_2E_1 - R_1E_2}{R_1R_2}$$

En appliquant maintenant la loi de Norton:

$$I = \frac{R_N}{R_N + r} I_N = \frac{\frac{R_1R_2}{R_1 + R_2}}{\frac{R_1R_2}{R_1 + R_2} + r} . \frac{R_2E_1 - R_1E_2}{R_1R_2} = \frac{R_2E_1 - R_1E_2}{R_1R_2 + r(R_1 + R_2)}$$

et on retrouve le même résultat que précédemment.

5) Théorème de Millemann:

$I = \frac{V_A - V_B}{r} = \frac{V_A}{r}$ car $V_B = 0$

En appliquant le théorème de Millemann: $V_A = \frac{\frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2}{R_2} + \frac{0}{r}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{r}} = \frac{r(R_2E_1 - R_1E_2)}{R_1R_2 + R_1r + R_2r}$

$$\Rightarrow \quad I = \frac{R_2E_1 - R_1E_2}{R_1R_2 + R_1r + R_2r}$$

et on retrouve le même résultat que précédemment.

Exercice 02 :

1) Les Lois de Kirchoff:

On a : $I_1+I_2+I_3=I$. Or,

$$RI = E_1 - 2RI_1 \quad \Rightarrow \quad I_1 = \frac{E_1 - RI}{2R}$$

$$RI = E_2 - 3RI_2 \quad \Rightarrow \quad I_2 = \frac{E_2 - RI}{3R}$$

$$RI = E_3 - 6RI_3 \quad \Rightarrow \quad I_3 = \frac{E_3 - RI}{6R}$$

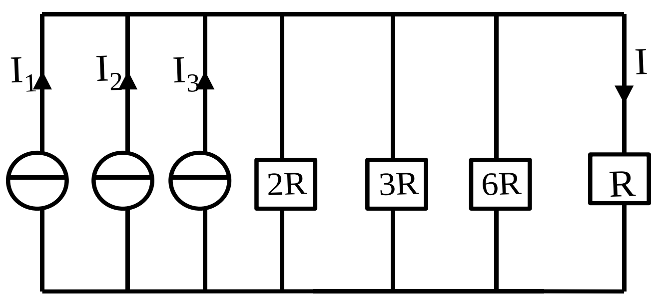
Soit: $$\frac{E_1 - RI}{2R} + \frac{E_2 - RI}{3R} + \frac{E_3 - RI}{6R} = I$$

On trouve alors aisément:

$$\boxed{I = \frac{3E_1 + 2E_2 + E_3}{12R}}$$

2) Théorème de Norton:

Changeons les trois générateurs en représentation de Norton ; il vient :



On a : $I_1 = \dfrac{E_1}{2R}$; $I_2 = \dfrac{E_2}{3R}$; $I_3 = \dfrac{E_3}{6R}$

On remarque que l'on a la structure d'un pont diviseur de courant, soit :

$$I = \frac{R_{eq}}{R}(I_1 + I_2 + I_3),$$

avec : R_{eq} = R//2R//3R//6R=$\frac{R}{2}$.

Alors $I = \frac{R}{2R}\left(\frac{E_1}{2R} + \frac{E_2}{3R} + \frac{E_3}{6R}\right)$, ou mieux :

$$\boxed{I = \frac{3E_1 + 2E_2 + E_3}{12R}}$$

qui est bien le résultat du 1°).

Théorème de Thévenin:

D'après la loi de Poillet : $I = \frac{E_{Th}}{R_{Th} + R}$.

R_{Th}=R_N=$\frac{R}{2}$

Déterminons E_{Th}:

$I_1+I_2+I_3=0$

Avec:

$$I_1 = \frac{E_1 - E_{Th}}{2R} \ ; \ I_2 = \frac{E_2 - E_{Th}}{3R} \ ; \ I_3 = \frac{E_3 - E_{Th}}{6R}$$

$$\frac{E_1 - E_{Th}}{2R} + \frac{E_2 - E_{Th}}{3R} + \frac{E_3 - E_{Th}}{6R} = 0 \quad \Rightarrow E_{Th} = \frac{3E_1 + 2E_2 + E_3}{6}$$

En remplaçant E_{Th} et R_{Th} par leurs valeurs, on aboutit à :

$$\boxed{I = \frac{3E_1 + 2E_2 + E_3}{12R}}$$

3) Théorème de Millemann:

$I = \frac{V_A - V_B}{r} = \frac{V_A}{r}$ car V_B=0

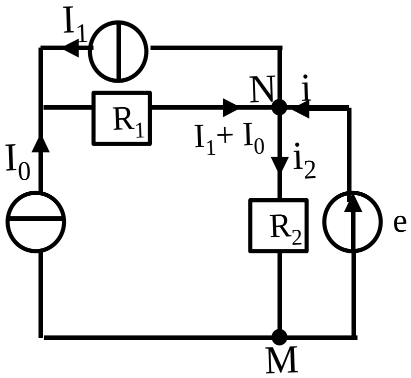
En appliquant le théorème de Millemann:

$$V_A = \frac{\frac{E_1}{2R} + \frac{E_2}{3R} + \frac{E3}{6R} + \frac{0}{R}}{\frac{1}{2R} + \frac{1}{3R} + \frac{1}{6R} + \frac{1}{R}} = \frac{3E_1 + 2E_2 + E_3}{12}$$

$$\Rightarrow \quad I = \frac{3E_1 + 2E_2 + E_3}{12R}$$

et on retrouve le même résultat que précédemment.

Exercice 03 :



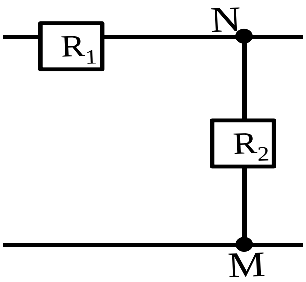
1) Les lois de Kirchhoff

Au nœud N : $i-I_1+(I_1+I_o)-i_2=0$ ===> $i_2=i+I_o$

La maille de droite fournit : $R_2(i+I_o)=e$. Soit :

$$\boxed{i = \frac{e}{R} - I_o}$$

2) Le théorème de Thévenin

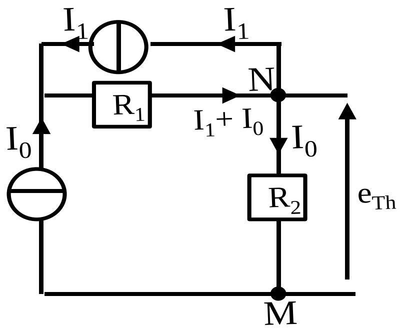


- La résistance équivalente s'obtient en retirant la charge (e) du reste du réseau et en éteignant les sources de courant I_1 et I_o. Il reste :

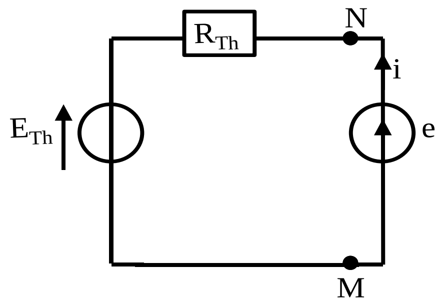
$$R_{Th}=R_{MN}=R_2$$

- La f.e.m. du générateur de Thévenin est la tension à vide entre M et N; soit :

$$e_{Th}=R_2I_o$$



Maintenant, schématisons le circuit équivalent au circuit initial :



$e_{Th}+R_{Th}i=e$ ==> $i=\dfrac{e-e_{Th}}{R_{Th}}$. Soit :

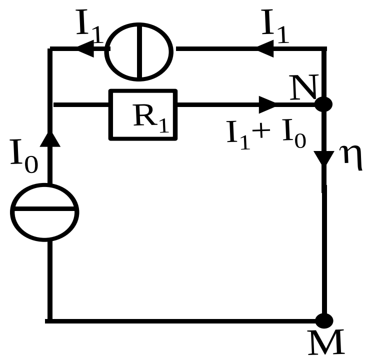
$$\boxed{i=\frac{e}{R}-I_o}$$

3) Le théorème de Norton

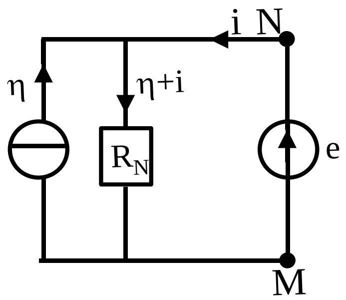
- On a : $R_N=R_{Th}=R_2$

- On court-circuite M et N pour obtenir le c.e.m. η.

Immédiatement, $\eta=I_o$.

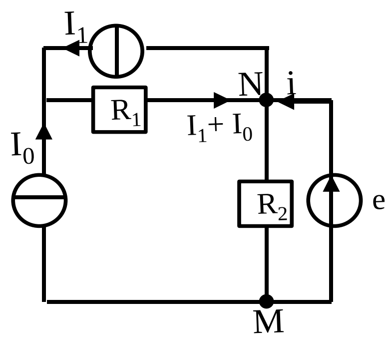


Le circuit initial est maintenant équivalent au circuit suivant :



On a e=(η+i)R_N ==> $\boxed{i = \frac{e}{R_2} - I_0}$

4) Théorème de Millmann



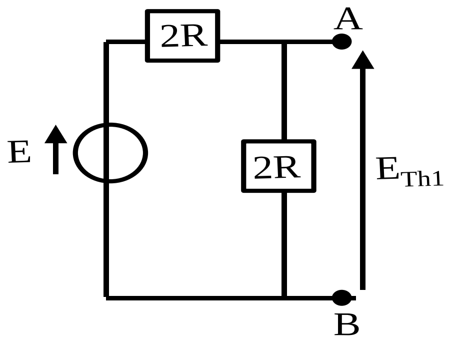
La loi des nœuds en termes des potentiels au nœuds N s'écrit :

$$-I_1 + (I_1 + I_0) + i + \frac{V_M - V_N}{R_2} = 0 \text{ ==> } i = \frac{V_N - V_M}{R_2} - I_0 .$$

Mais : V_N-V_M=e. Soit : $\boxed{i = \frac{e}{R_2} - I_0}$

Exercice 04 :

D'abord effectuons une coupure en A et B et remplaçons le réseau vu des points A et B par le générateur de Thévenin équivalent :



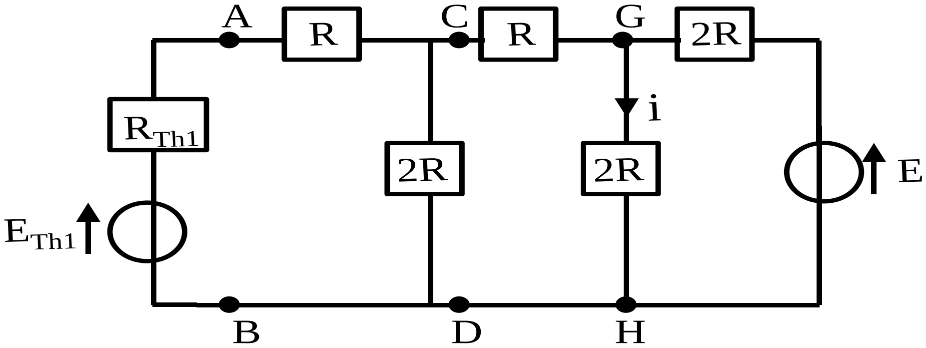
- $R_{Th_1} = 2R // 2R = R$

- $E_{Th_1} = \frac{2R}{4R} E = \frac{E}{2}$ (pont diviseur de tension).

On retrouve alors un circuit analogue au circuit initial avec une maille de moins.

On effectue la même opération avec une coupure en CD.

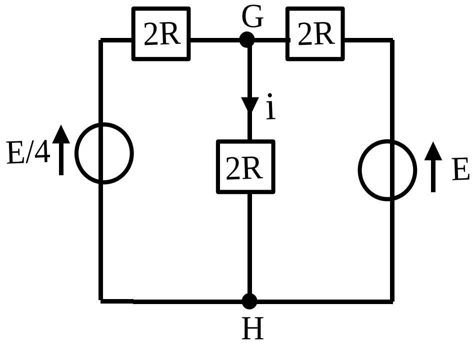
Le nouveau réseau vu des points C et D est équivalent à un générateur de Thévenin :



- de résistance interne $R_{Th_2} = (R_{Th_1} + R) // 2R = R$

- de f.e.m. $E_{Th_2} = \frac{2R}{4R} E_{Th_1} = \frac{E}{4}$

D'où le circuit final équivalent :



Ce circuit simple ne contient que deux mailles. Plusieurs méthodes pour calculer i sont alors possibles. Choisissons par exemple le théorème de millmann.

En prenant $V_H=0$, le potentiel au point au G vaut :

$$V_G = \frac{\frac{E}{4} \times \frac{1}{2R} + 0 + \frac{E}{2R}}{\frac{1}{2R} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{2R}} = \frac{5}{12} E$$

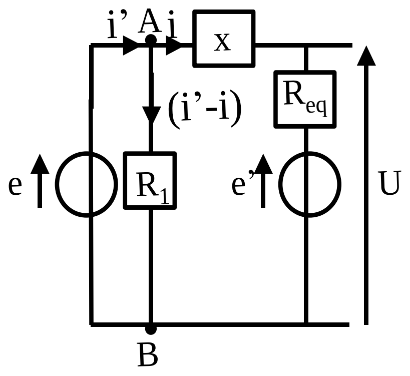
Mais $i = \frac{V_G - V_H}{2R} = \frac{V_G}{2R}$. Soit : $\boxed{i = \frac{5E}{24R}}$

Exercice 05 :

D'abord les trois résistances R_2, R_3 et R_4 sont en parallèles ; on peut les remplacer par une seule $R_{eq} = R_2//R_3//R_4$. Les deux sources de courant I_1 et I_2 sont en opposition ; on peut les remplacer par une seule de c.e.m. (I_1-I_2) dans le sens de I_1 ou de c.e.m. (I_2-I_1) dans le sens de I_2.

Maintenant le générateur de courant obtenu de c.e.m. (I_1-I_2) et de résistance interne R_{eq} peut être changé en générateur de tension de f.e.m. $e'=(I_1-I_2)R_{eq}$ et de résistance interne R_{eq}.

D'où finalement un schéma fort simplifié du circuit.



Choisissons par exemple les lois de Kirchhoff et le théorème de Millmann.

- Lois de Kirchhoff

On a : $e'+(R_{eq}+x)i=e$ ==> $\boxed{i=\frac{e-e'}{R_{eq}+x}}$

On peut aussi écrire: $(i'-i)R_1=e$ ==> $i'=\frac{e}{R_1}+i$

Soit : $\boxed{i'=\frac{e}{R_1}+\frac{e-é}{R_{eq}+x}}$

- Théorème de Millmann

Au nœud la loi des nœuds en terme de potentiels s'écrit :

$i'+\frac{(V_B-V_A)+e'}{R_{eq}+x}+\frac{V_B-V_A}{R_1}=0.$ Mais V_A-V_B=e. Soit :

$$\boxed{i'=\frac{e}{R_1}+\frac{e-e'}{R_{eq}+x}}$$

La même loi peut aussi s'écrire au nœud A en faisant maintenant apparaître les courants i et i':

$$i'-i+\frac{V_B-V_A}{R_1}=0 \qquad \Rightarrow \qquad i=i'-\frac{e}{R_1}.$$

Soit : $\boxed{i=\frac{e-e'}{R_{eq}+x}}$

Résultats déjà trouvés ci-dessus.

2°) On a : $u + xi = e \quad \Rightarrow \quad u + \frac{(e - e')x}{R_{eq} + x} = e$

Cette équation fournit :

$$\boxed{x = \frac{e - u}{u - e'} R_{eq}}$$

3°) Applications numériques :

On trouve : R_{eq}=500 Ω et e'=1 V, ce qui donne $x = \frac{5-3}{3-1} \times 500 = 500 \ \ \Omega$

Puis : $i = \frac{5-1}{1000} = 4 \ \text{mA}$ et $i' = \frac{5}{1000} + \frac{4}{1000} = 9 \ \text{mA}$

Exercice 06 :

1) Lois de Kirchhoff

Les équations des mailles ①,② et ③ s'écrivent successivement :

$$\begin{cases} R_1(i_1 - I) + R_1 i_1 = E_1 & (1) \\ R_1(i_1 - I) + R_2(i_2 - I) - RI = 0 & (2) \\ R_2(I - i_2) - Ri_2 = E_2 & (3) \end{cases}$$

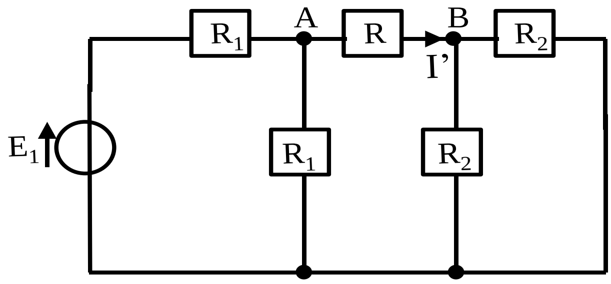
(1) $\Rightarrow \quad i_1 = \frac{E_1 + R_1 I}{2R_1}$ et (3) $\Rightarrow \quad i_2 = \frac{R_2 I - E_2}{2R_2}$.

L'équation (2) donne : $I(R + R_1 + R_2) = R_1 i_1 + R_2 i_2$. Puis en reportant les valeurs de i_1 et de i_2 dans cette dernière équation, on obtient :

$$\boxed{I = \frac{E_1 - E_2}{2R + R_1 + R_2}}$$

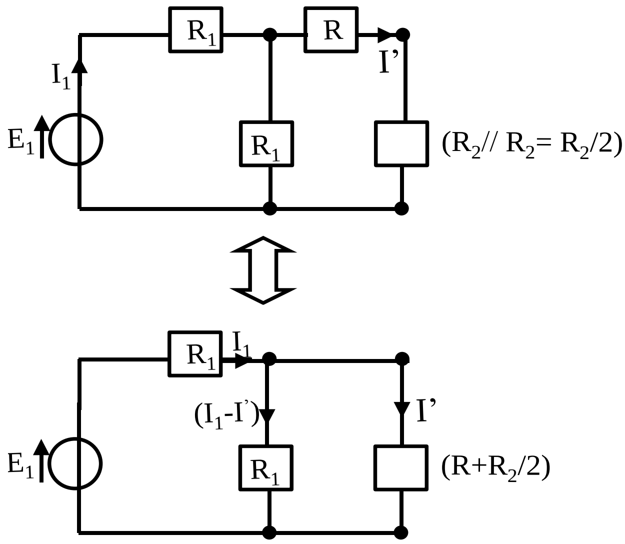
2) Théorème de superposition :

. 1er état : Eteignons E_2, nous obtenons le circuit suivant :



Par un diviseur de courant, on tire : $I' = \dfrac{R_1}{R_1 + R + \dfrac{R_2}{2}} I_1$

L'équation de la maille de gauche est : $R_1(I_1 - I') + R_1 I_1 = E_1 \quad \Rightarrow \quad I_1 = \dfrac{E_1 + R_1 I'}{2R_1}$.



En revenant à l'expression de I' : $I' = \dfrac{R_1}{R + R_1 + \dfrac{R_2}{2}} \times \dfrac{E_1 + R_1 I'}{2R_1}$; et l'on tire

aisément :

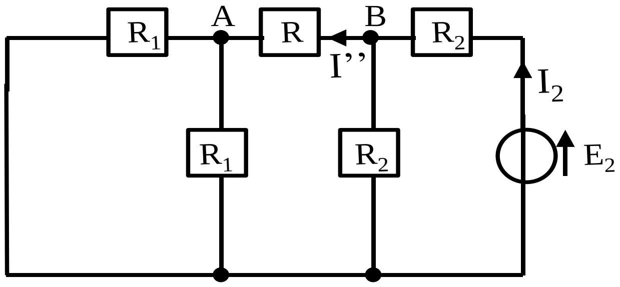
$$\boxed{I' = \frac{E_1}{2R + R_1 + R_2}}$$

. 2ème état : Eteignons E_1 ; nous obtenons le circuit suivant :

Ce circuit est formellement symétrique au précédent : I'' s'obtient immédiatement en remplaçant dans l'expression de I' ,

E_1 par E_2, R_1 par R_2 et R_2 par R_1, soit :

$$\boxed{I'' = \frac{E_2}{2R + R_1 + R_2}}$$

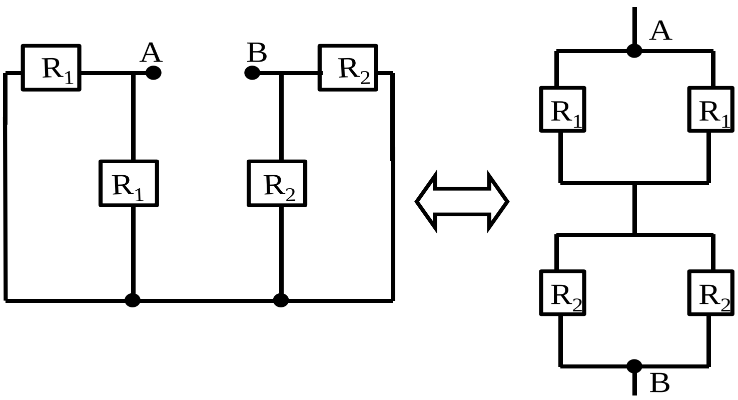


Maintenant, écrivons que : $I = I' - I''$ conformément au théorème de superposition, soit :

$$\boxed{I = \frac{E_1 - E_2}{2R + R_1 + R_2}}$$

3) Théorème de Thévenin

Faisons une coupure en AB. Pour déterminer R_{Th}, on court-circuite E_1 et E_2 en les remplaçant par un fil ; on obtient le circuit suivant :



Il vient :

$$R_{Th} = R_{AB} = (R_1 // R_1) + (R_2 // R_2)$$

$$\boxed{R_{Th} = \frac{R_1 + R_2}{2}}$$

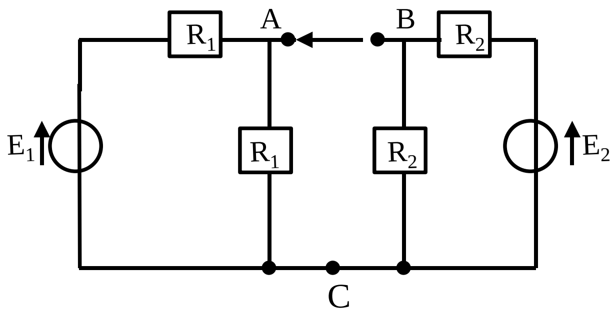
Quant à la f.e.m. de Thévenin, elle est égale à $(V_A - V_B)$ à vide (en retirant R).

$E_{Th} = V_A - V_B = (V_A - V_C) - (V_B - V_C)$.

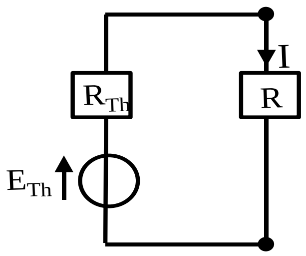
En remarquant qu'on a des ponts diviseur de tension, on peut écrire :

$$V_A - V_C = \frac{R_1}{2R_1} E_1 = \frac{E_1}{2}$$
$$V_A - V_C = \frac{R_1}{2R_1} E_1 = \frac{E_1}{2}$$

Enfin : $\boxed{E_{Th} = \frac{E_1 - E_2}{2}}$



Maintenant, le circuit initial se dessine comme suit :



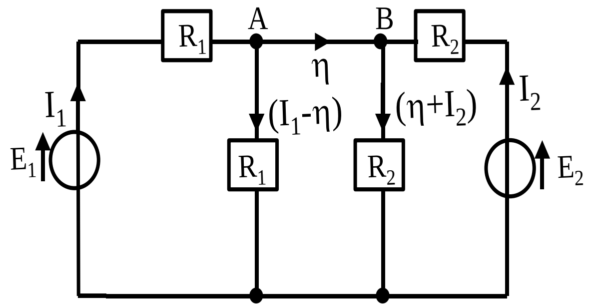
D'après la loi de Pouillet : $I = \frac{E_{Th}}{R + R_{Th}}$, soit :

$$\boxed{I = \frac{E_1 - E_2}{2R + R_1 + R_2}}$$

4) Théorème de Norton

. On a $R_N = R_{Th} = \frac{R_1 + R_2}{2}$.

. $\eta = i_{AB}$ dans le fil de court-circuit reliant A et B. On obtient le circuit suivant :



De la maille de gauche, on tire : $i_1 = \frac{E_1 + R_1\eta}{2R_1}$.

De la maille de droite, on tire : $i_2 = \frac{E_2 - R_2\eta}{2R_2}$.

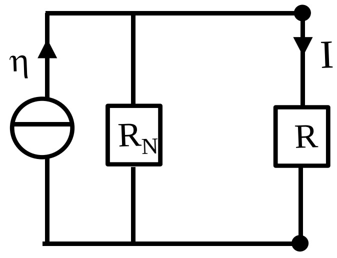
De la maille du milieu, on tire : $(i_1 - \eta)R_1 = (i_2 + \eta)R_2$.

En remplaçant i_1 et i_2 par leurs valeurs dans la dernière équation, nous obtenons l'équation :

$\left(\frac{R_1}{2} - R_1 + \frac{R_2}{2} - R_2\right)\eta = \frac{E_2}{2} - \frac{E_1}{2}$. On en déduit :

$$\boxed{\eta = \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2}}$$

Le circuit initial est maintenant équivalent :



Par un diviseur de courant :

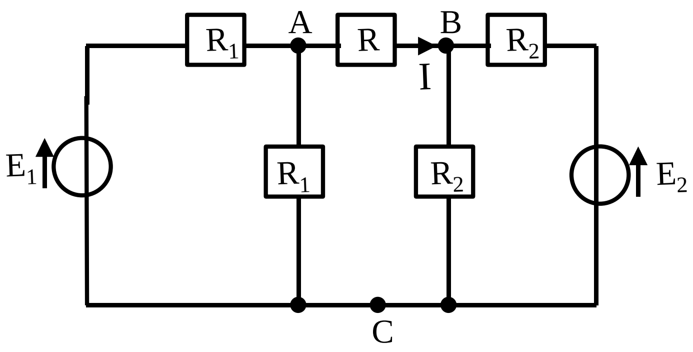
$$I = \frac{R_N}{R+R_N}\eta = \frac{\frac{R_1+R_2}{2}}{R+\frac{R_1+R_2}{2}} \times \frac{E_1-E_2}{R_1+R_2}.$$

Soit :

$$\boxed{I = \frac{E_1-E_2}{2R+R_1+R_2}}$$

5) Théorème de Millmann

Reprenons le circuit initial :



Le courant est simplement $I = \frac{V_A - V_B}{R}$. La loi des nœuds en terme de potentiels (théorème de Millmann) s'écrit respectivement au nœud et au nœud B :

$$\frac{(V_C - V_A)+E_1}{R_1} + \frac{V_C - V_A}{R_1} - I = 0$$
$$\frac{(V_C - V_B)+E_2}{R_2} + \frac{V_C - V_B}{R_2} + I = 0$$

On choisit $V_C = 0$, il vient :

$$\frac{E_1 - V_A}{R_1} + \frac{V_A}{R_1} - I = 0 \quad \Rightarrow \quad V_A = \frac{E_1 - R_1 I}{2}$$
$$\frac{E_2 - V_B}{R_2} + \frac{V_B}{R_2} + I = 0 \quad \Rightarrow \quad V_B = \frac{E_2 + R_2 I}{2}$$

Soit : $V_A - V_B = \frac{(E_1 - E_2)-(R_1+R_2)I}{2} = RI$

On tire aisément :

$$\boxed{I = \frac{E_1 - E_2}{2R + R_1 + R_2}}$$

Exercice 07 :

1) a) Plusieurs méthodes sont possibles pour calculer le courant i. On peut choisir le théorème de Millmann pour ce faire.

Le courant i est tel que : V_A-V_B=E_2+ri. Mais alors il est commode de choisir le point B lié à la masse ; soit V_B=0. D'où : $i = \frac{V_A - E_2}{r}$.

Du théorème de Millmann, on tire :

$$V_A = \frac{\frac{E_1}{r} + \frac{E_2}{r} + 0 \times \frac{1}{R}}{\frac{1}{r} + \frac{1}{r} + \frac{1}{R}} = \frac{E_1 + E_2}{2R + r}. \text{ D'où : } i = \frac{\frac{E_1 + E_2}{2R + r} - E_2}{r}$$

Soit, finalement : $$\boxed{i = \frac{RE_1 - (r + R)E_2}{(2R + r)r}}$$

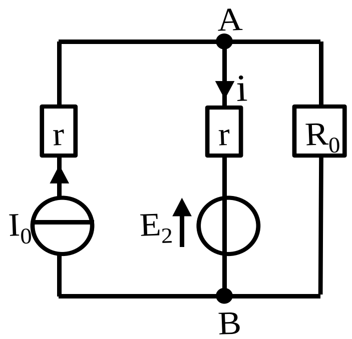
A.N : i=0,86 A

b) Pour que l'intensité i s'annule, il faut choisir R tel que : RE_1-(r+R)E_2=0.

Soit : $$\boxed{R_o = \frac{rE_2}{E_1 - E_2}}$$

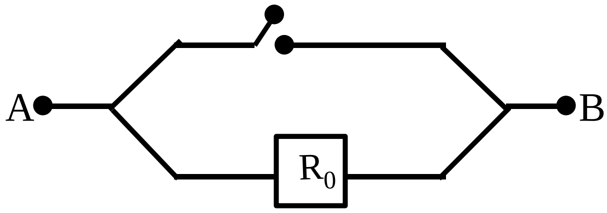
A.N : R_o=5 Ω

2°) On aura le circuit suivant :



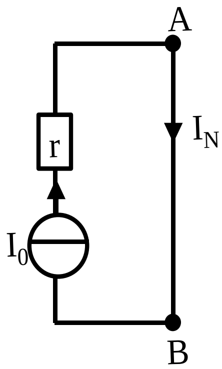
Il s'agit alors de calculer le courant i par le théorème de Norton :

- R_N est obtenue en faisant une coupure en AB et en éteignant les sources de tension et de courant

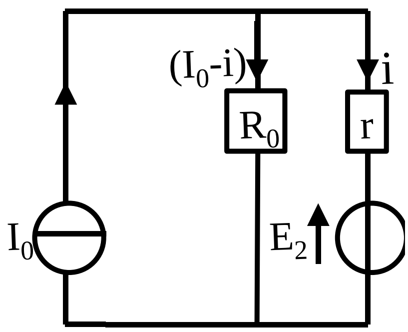


$R_N = R_{AB} = R_o$

- En court-circuitant AB, on obtient I_N :I_o



Le circuit de Norton est alors :



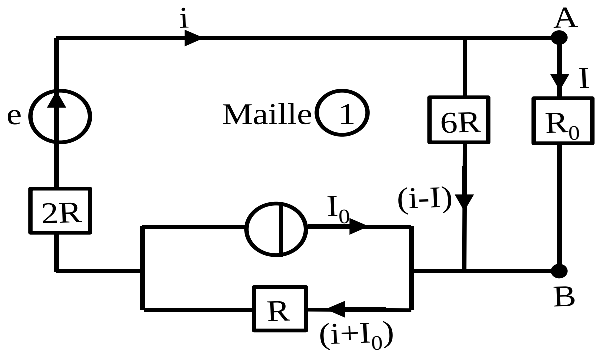
La loi des mailles fournit : $E_2 + ri = R_o(I_o - i)$, ce qui entraîne aisément :

$$\boxed{I_o = \frac{E_2 + i(R_0 + r)}{R_0}}$$

A.N :$\underline{I_o = 4\ A}$

Exercice 08 :

1) Lois de Kirchoff



Par un diviseur de courant : $I = \dfrac{6R}{6R + R_0} i$

Pour déterminer i, écrivons l'équation de la maille ① :

$6R(i-I)-e+2Ri+R(i+I_o)=0$

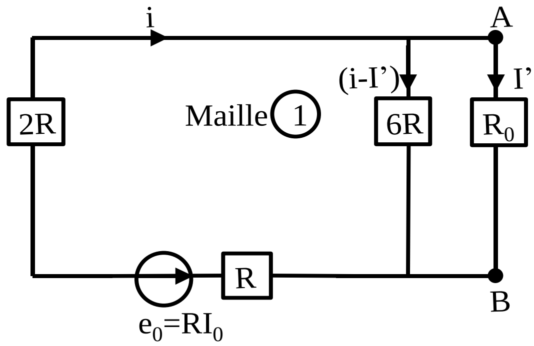
$$\Longrightarrow\ i = \frac{e + 6RI - RI_0}{9R}$$

En remplaçant i par sa valeur, il vient :

$3(6R+R_o)I=2(e+6RI-RI_o)$. D'où l'on tire aisément :

$$\boxed{I = \frac{2}{3}\frac{e - RI_0}{(2R + R_0)}}$$

2) Théorème de superposition



- 1^{er} état : éteignons e. En changeant la source de courant en représentation de Thévenin, on obtient :

Par un pont diviseur de courant : $I' = \dfrac{6R}{6R + R_0} i$

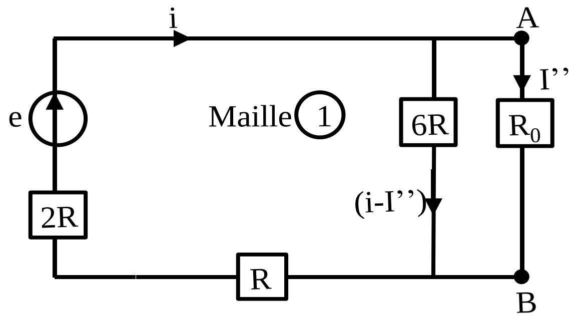
Dans la maille ①, écrivons la loi de Pouillet :

$6R(i\text{-}I')=-3Ri-RI_o$ ==> $i=\frac{6RI' \_ RI_0}{9R}$. D'où:

$I'=\frac{2}{3}\frac{6RI'-RI_0}{6R+R_0}$. C'est une équation en I' dont la solution est:

$$I'=-\frac{2}{3}\frac{RI_0}{2R+R_0}$$

- 2^{eme} état : éteignons I_o, on obtient :



Par un pont diviseur de courant : $I''=\frac{6R}{6R+R_0}i$. Or dans la maille ①, on peut écrire : $6R(i\text{-}I'')=e-3Ri$; ce qui entraîne que : $i=\frac{E+9RI''}{9R}$. En remplaçant l'expression de i dans celle de I'', on obtient : $3(6R+R_o)I''=2(e+6RI'')$. D'où : $I''=\frac{2}{3}\frac{e}{2R+R_0}$

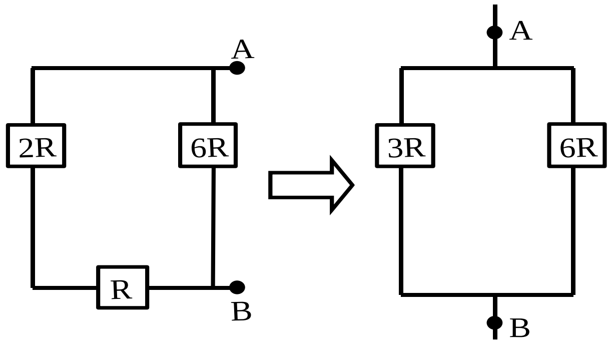
En écrivant maintenant que I=I'+I'', d'après le théorème de superposition, qui s'applique ici, car le réseau est linéaire.

$$\boxed{I=\frac{2}{3}\frac{e-RI_0}{2R+R_0}}$$

On retrouve ainsi le résultat du1°).

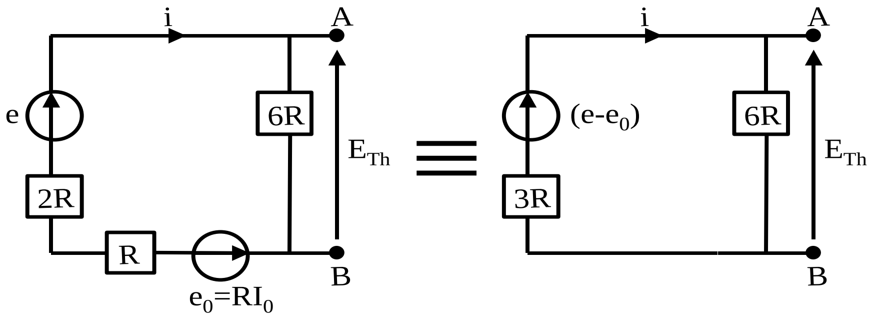
3) **Théorème de Thévenin**

- La résistance interne R_{Th} du générateur de Thévenin est obtenu en éteignant les sources idéales autonomes de tension et de courant.



$R_{Th}=R_{AB}=3R//6R=2R$

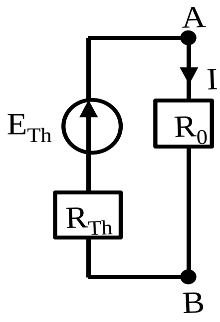
- E_{Th} est par définition la tension à vide entre A et B. Après avoir changé le générateur de courant (I_o, R) en générateur de Thévenin ($e_o=RI_o$,R) ; puis en remarquant e et e_o sont en opposition et que R et 2R sont en série, on obtient :



On a : $E_{Th}=6Ri$. L'équation de la maille fournit elle : $6Ri=(e-e_o)-3Ri$.

Soit : $i=\dfrac{e-RI_0}{9R}$, puis : $E_{Th}=\dfrac{2}{3}(e-RI_0)$.

Le circuit de départ se dessine maintenant comme suit :



D'après la loi de Pouillet : $I=\dfrac{E_{Th}}{R_{Th}+R_0}$

Soit :

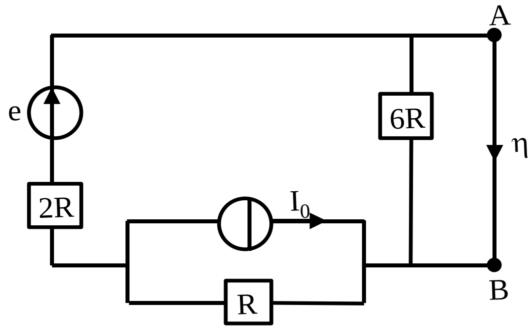
$$\boxed{I = \frac{2}{3}\frac{e - RI_0}{2R + R_0}}$$

qui est bien le résultat du 1°) et du 2°).

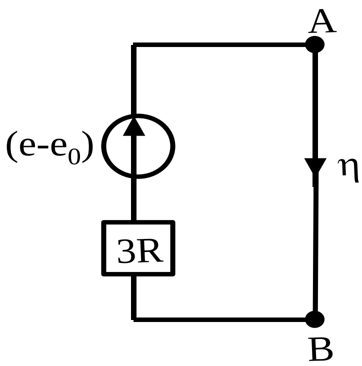
4) Théorème de Norton

- La résistance de Norton est la même que celle de Thévenin : $R_N=R_{Th}=2R$

- Pour obtenir le courant électromoteur η du générateur de Norton équivalent, on court- circuite AB par un fil. Puis, en introduisant les mêmes simplifications au circuit qu'auparavant, on aboutit à :

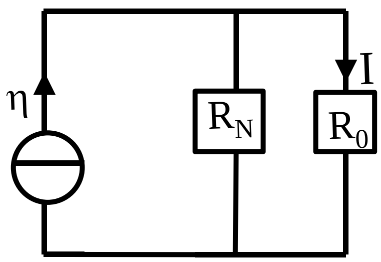


La résistance 6R se trouve entre deux points de même potentiel : elle peut donc être retirée et l'on obtient le circuit suivant :



L'équation de la maille donne : $3\eta + RI_0 = e$. D'où : $\eta = \frac{e - RI_0}{3R}$.

Le circuit initial est donc équivalent au suivant :



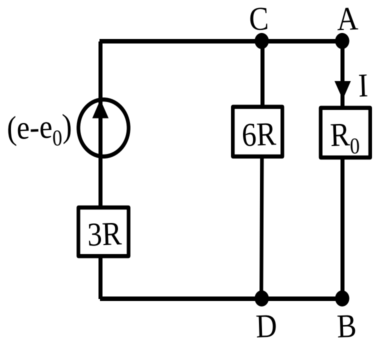
Par un pont diviseur de courant, on obtient :

$$I = \frac{R_N}{R_N + R_0}\eta = \frac{2R}{2R + R_0} \times \frac{e - RI_0}{3R}.$$

On retrouve bien le résultat précédemment trouvé, à savoir :

$$\boxed{I = \frac{2}{3}\frac{e - RI_0}{2R + R_0}}$$

6) Théorème de Millmann



D'abord simplifions le circuit initial en changeant la source de courant en représentation de Thévenin. Les générateurs de tension et e_0 et $e = RI_0$ qui sont en opposition seront équivalents à un seul de f.e.m $(e-e_0)$; alors que les résistances R et 2R en série sont équivalentes à une seule de 3R ; d'où le circuit :

Le courant I est obtenu par : $I = \frac{V_A - V_B}{R_0} = \frac{V_C - V_D}{R_0}$.

Ecrivons au nœud C, la loi des nœuds en terme de potentiels qui est une version du théorème de Millmann :

$$\frac{(V_D - V_C)+(e-e_0)}{3R}+\frac{V_D - V_C}{6R}+\frac{V_D - V_C}{R_0}=0$$

$$(V_D - V_C)\left[\frac{1}{3R}+\frac{1}{6R}+\frac{1}{R_0}\right]=\frac{(e_0-e)R_0}{2R+R_0} \Rightarrow V_C - V_D = \frac{2}{3}.\frac{(e-e_0)}{2R+R_0}$$

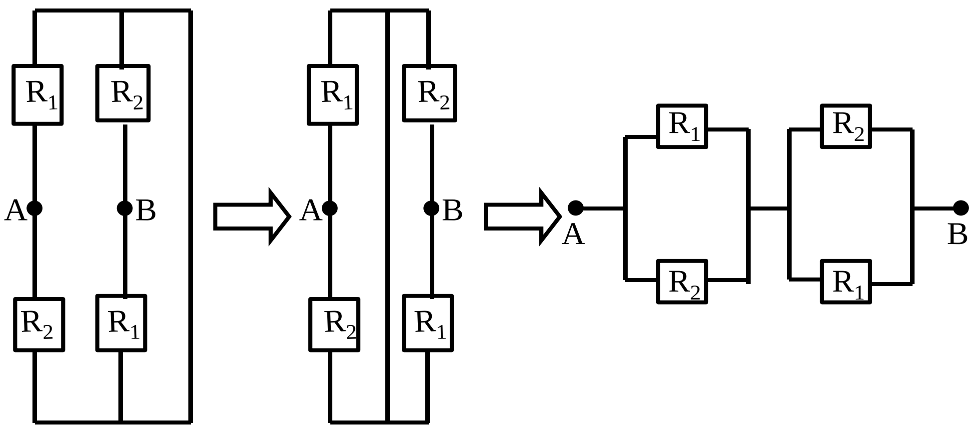
Alors : $$\boxed{I=\frac{2}{3}.\frac{e-RI_0}{2R+R_0}}$$

On retrouve précisément les résultats de toutes les questions suivantes.

Exercice 09 :

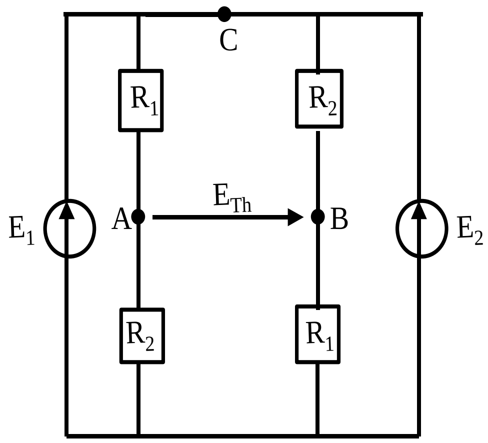
1) Théorème de Thévenin

. Pour calculer R_{Th}, faisons une coupure en A et B et court-circuitons les sources idéales autonomes de tension E_1 et E_2.



D'où : $R_{Th} = 2(R_1//R_2) = 2\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$.

. $E_{Th}=V_A-V_B$ en circuit ouvert :



On $V_A - V_B = (V_A - V_C) + (V_C - V_B)$

En utilisant deux fois la notion de diviseur de tension, on trouve :

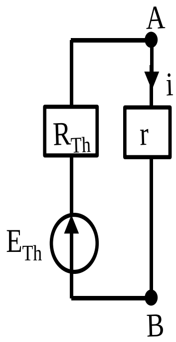
$$V_C - V_A = \frac{R_1 E_1}{R_1 + R_2} \; ; \; V_C - V_B = \frac{R_2 E_2}{R_1 + R_2}$$

D'où : $\boxed{E_{Th} = \dfrac{R_2 E_2 - R_1 E_1}{R_1 + R_2}}$

Le circuit de Thévenin équivalent au circuit initial est alors:

D'près la loi de Pouillet $i = \dfrac{E_{Th}}{r + R_{Th}}$. Soit :

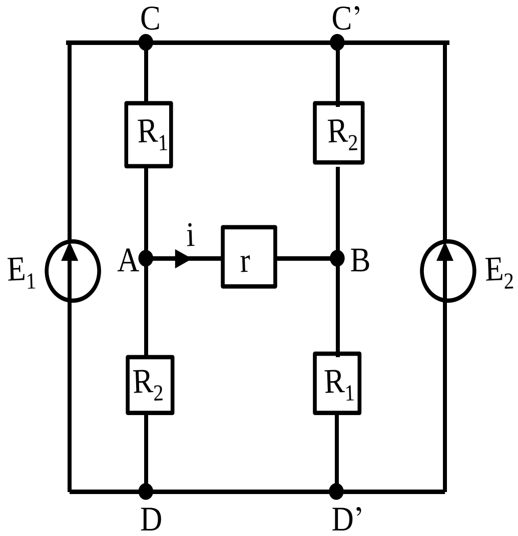
$$\boxed{i = \frac{R_2 E_2 - R_1 E_1}{2R_1 R_2 + r(R_1 + R_2)}}$$



2) Théorème de Millmann

Appliquons le théorème de Millmann en A puis en B. Nous écrivons ensuite que : $i = \dfrac{V_A - V_B}{r}$.

Trois résistances arrivent au nœud A, ;



d'où :

$$V_A = \frac{\frac{V_C}{R_1} + \frac{V_D}{R_2} + \frac{V_B}{r}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{r}}$$

Par la commodité des calculs, choisissons $V_C=0$. Comme $V_C-V_D=E_1$ ==> $V_D=-E_1$

D'où : $\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{r}\right)V_A = -\frac{E_1}{R_2} + \frac{V_B}{r}$ (1)

De même, trois résistances arrivent au nœud B ; d'où :

$$V_B = \frac{\frac{V_{C'}}{R_2} + \frac{V_{D'}}{R_1} + \frac{V_A}{r}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{r}}$$

Par la commodité des calculs, choisissons : $V_{C'}=0$. Comme : $V_{C'}-V_{D'}=E_2$ ==> $V_{D'}=-E_2$

D'où : $\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{r}\right)V_B = -\frac{E_2}{R_1} + \frac{V_A}{r}$ (2)

Soustrayons (1) de (2), il vient : $\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{r}\right)(V_A - V_B) = -\frac{E_1}{R_2} + \frac{E_2}{R_1} - \frac{(V_A - V_B)}{r}$

D’où :
$$V_A = \frac{\frac{E_2}{R_1} - \frac{E_1}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{2}{r}} = ri$$

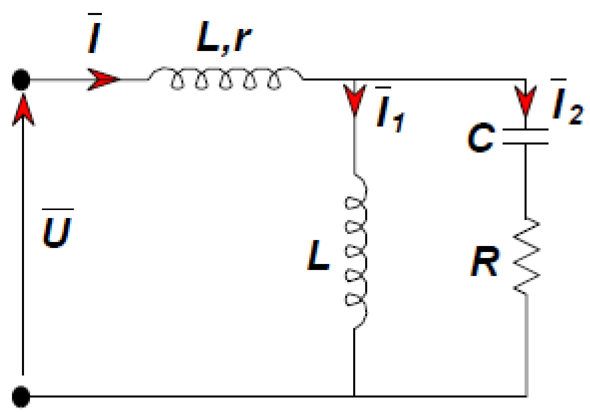
On trouve :
$$\boxed{i = \frac{R_2E_2 - R_1E_1}{2R_1R_2 + r(R_1 + R_2)}}$$

Un résultat attendu.

Travaux Dirigés n°03

Exercice 01 :

Le circuit ci-contre est alimenté sous une tension sinusoïdale de valeur efficace $U = 127\,V$ délivrant un courant *I*.



1) Donner en notation complexe l'expression de l'impédance de ce circuit sous la forme: $\overline{Z} = \frac{a+jb}{c+jd}$

2) Donner les valeurs du module et de l'argument de $\overline{Z}$.

3) Quelles sont les valeurs du courant I et des puissances actives et réactives fournies par le réseau ?

Les éléments *L, R* et *C* sont soumis à la tension $\overline{U'}$, absorbent respectivement les courants $I1$ et I2 . Tracer le diagramme vectoriel représentant $\overline{U}$, $\overline{U'}$, $\overline{I}$, $\overline{I1}$ et $\overline{I2}$ en choisissant la tension $\overline{U}$ comme origine des phases et en précisant pour chaque vecteur son module et sa phase à l'origine.

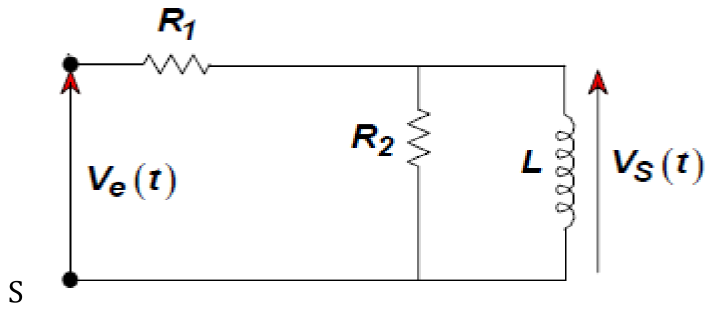
4) Faire le bilan des puissances actives et réactives consommées par les diverses impédances.

On donne **R =5Ω , Lw= 3Ω ,** $\frac{1}{Cw} = 2\Omega$ **, r =2Ω *et* lw = 1Ω**

Exercice 02:

La valeur efficace de V_e (t) est égale à V_e = 220V

On donne $R_1 = R_2 = 10\Omega$ et $L\omega = 10\Omega$



1) Déterminer l'expression $\overline{V_S}$ de en fonction de $\overline{V_E}$ puis les calculer numériquement. Représenter les vecteurs de Fresnel $\overline{V_S}$ et $\overline{V_E}$ Déterminer l'expression de $\overline{I_{R2}}$ et $\overline{I_L}$ puis les calculer numériquement. Représenter les vecteurs de Fresnel $\overline{I_{R2}}$ et $\overline{I_L}$.

2) Déterminer l'expression de $\overline{I_E}$ de deux manières puis le calculer numériquement. Représenter le vecteur de Fresnel $\overline{I_E}$.

3) Calculer la puissance active *P* consommée par le circuit de deux manières différentes.

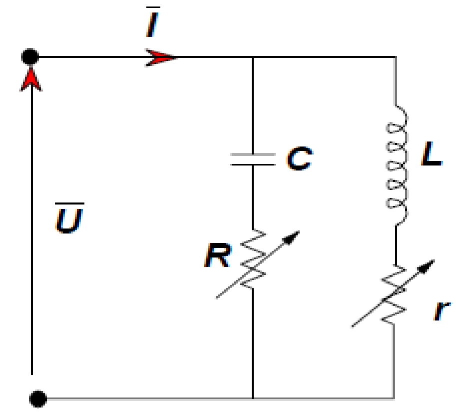
4) Calculer la puissance réactive *Q* consommée par le circuit de deux manières différentes.

5) Calculer la puissance apparente *S* consommée par le circuit de deux manières différentes.

6) Calculer la puissance apparente complexe $\overline{S}$ consommée par le circuit. Retrouver *P*, *Q* et *S*.

Exercice 03 :

Le circuit suivant est alimenté sous une tension sinusoïdale de valeur efficace U=100V et de fréquence variable $f = \frac{w}{2\pi}$



On donne :

$L = 0.5H$, $C = 10\mu F$, r et R deux résistances variables

A) On choisit $R = 0$ et $f = 100Hz$.

1) Déterminer la puissance active P absorbée par la résistance r.

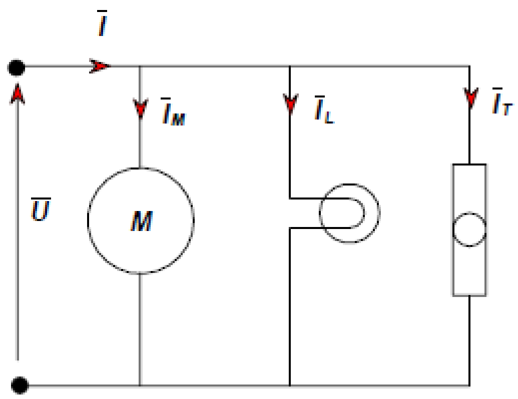
2) Pour quelle valeur r de r cette puissance P est-elle maximale ?

3) Calculer cette puissance **Pmax** .

4) Pour quelles valeurs de la résistance r le générateur délivre-t-il la puissance P1 =10W.

Exercice 04 :

Un petit atelier est alimenté en monophasé 220V-50Hz, est éclairé par 5 tubes fluorescents consommant chacun 48W avec un facteur de puissance inductif $\cos\varphi_T$ =0,84 et 2 lampes à incandescence de 75W-220V.



1) Déterminer en notation complexe les courants $\bar{I}_L$ et $\bar{I}_T$ absorbés respectivement par les lampes à incandescence et les tubes fluorescents. En déduire la valeur du courant d'éclairage total $\bar{I}_E$ et le facteur de puissance de l'installation d'éclairage $cos\varphi_E$

2) On branche en plus sur le réseau un petit moteur monophasés qui absorbe un courant $I_M = 2.5A$, le courant total est alors $I = 3.4A$. Quel est le facteur de puissance du moteur $cos\varphi_M$?

Exercice 05 :

Un moteur électrique alimenté sous une tension sinusoïdale de fréquence 50Hz et de valeur efficace U = 220V, absorbe la puissance P = 5,5kW, l'intensité efficace du courant qui le traverse I = 32A.

1) Calculer le facteur de puissance de ce moteur et la puissance réactive qu'il consomme.

2) Pour améliorer le facteur de puissance de l'installation, on place un condensateur en parallèle aux bornes de ce moteur.

3) Déterminer la capacité C du condensateur qui permet de porter le facteur de puissance à la valeur 0,92 et l'intensité efficace I_R du courant qui parcourt le réseau.

Correction TD n°03

Exercice 01 :

1)

$$\overline{Z} = \overline{Z}_1 + (\overline{Z}_2 \,//\, \overline{Z}_3) = \overline{Z}_1 + \frac{\overline{Z}_2\overline{Z_3}}{\overline{Z}_2 + \overline{Z}_3}$$

$$\overline{Z}_1 = r + jlw = 2 + j$$

$$\overline{Z}_2 = jLW = 3j$$

$$\overline{Z}_3 = R - \frac{J}{CW} = 5\text{-}2j$$

$$\overline{Z} = (2 + j) + \left(\frac{3j * (5 - 2j)}{3j + 5 - 2j}\right) = 2 + j + \frac{15j + 6}{5 + j} = \frac{(2 + j) * (5 + j) + 15j + 6}{5 + j}$$

$$\overline{Z} = \frac{10+7j-1+15j+6}{5+j} = \frac{22j+15}{5+j} = \frac{a+jb}{c+jd}$$

$$\boxed{a=15\ ;\ b=22\ ;\ c=5\ ;\ d=1}$$

2)

$$|\overline{Z}| = \frac{\sqrt{15^2 + 22^2}}{\sqrt{5^2 + 1}} = 5{,}22\Omega$$

$$\overline{Z} = \frac{\overline{Z}_1}{\overline{Z}_2} \Rightarrow \overline{|Z|} = \frac{|\overline{Z}_1|}{|\overline{Z}_2|}$$

$$\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 \text{ Avec } \varphi_1 = \text{arctg}\left(\frac{b}{a}\right) \text{ et } \varphi_2 = \text{arctg}\left(\frac{d}{c}\right)$$

$$\varphi_1 = \text{arctg}\left(\frac{22}{15}\right) = 55{,}71°$$

$$\varphi_1 = \text{arctg}\left(\frac{1}{5}\right) = 11{,}30°$$

$$\Rightarrow \varphi = 44{,}4°$$

$$\mathbf{\overline{Z} = 5{,}22e^{j44{,}4}}$$

3)

$$\overline{I} = \frac{\overline{U}}{\overline{Z}} = \frac{127}{5{,}22e^{j44{,}4}} = 24{,}32e^{-j44{,}4}$$

$I = 24{,}32A$

Puissance active: $P = UI\cos\varphi = 127 * 24{,}32 * \cos(44{,}4) = 2206{,}74W$

Puissance réactive: $Q = UI\sin\varphi = 127 * 24{,}32 * \sin(44{,}4) = 2161VAR$

$$\mathbf{\bar{I} = 24,32e^{-j44,4}}$$

$\overline{U} = 127V$

$\overline{U'} = \overline{U_1} - \overline{Z_1} * \bar{I} = 127 - (2 + j)\left(24{,}32\ e^{-j44{,}4}\right)$

$= 127 - 24{,}32(2 + j)\left(\cos(44{,}4) - j\sin(44{,}4)\right)$

$\overline{U'} = 127 - 24{,}32(2 + j)(0{,}71 - 0{,}7j)$

$= 127 - 24{,}32(1{,}42 - 1{,}4j + 0{,}71j + 0{,}7)$

$= 127 - 24{,}32(2{,}12 - 0{,}69j)$

$= 127 - 24{,}32 * 2{,}12 + 16{,}78j$

$\overline{U'} = 75{,}44 + 16{,}78j$

$$\mathbf{\overline{U'} = 77,28 * e^{j12,54}}$$

$$\overline{I_1} = \frac{\overline{U}'}{\bar{\bar{Z}}_2} = \frac{77{,}28\ e^{j12{,}54}}{jLW} = \frac{77{,}28\ e^{j12{,}54}}{3\ e^{j90}} = 25{,}76e^{-j77{,}46}$$

$$\bar{I}_2 = \frac{\overline{U'}}{\bar{\bar{Z}}_3} = \frac{77{,}28\ e^{j12{,}54}}{5 - 2j} = \frac{77{,}28\ e^{j12{,}54}}{5{,}38\ e^{-j21{,}8}} = 14{,}36\ e^{j34{,}34}$$

$$\begin{cases} \overline{U} = 127V \\ \bar{I} = 24{,}32\ e^{-j44{,}4} \\ \overline{U'} = 77{,}28 * e^{j12{,}54} \\ \overline{I_1} = 25{,}76e^{-j77{,}46} \\ \bar{I}_2 = 14{,}36\ e^{j34{,}34} \end{cases}$$

4) Bilan de Puissance :

En appliquant le théorème de **Boucherot**

$$\mathbf{P = P_r + P_R = rI^2 + RI_2^2 = 2 * (24,32)^2 + 5 * (14,36)^2 = 2213,97W}$$

$$Q = Q_l + Q_L + Q_C = lwI^2 + (LwI_1^2) - \frac{I_2^2}{cw}$$

$$= 1 * (24{,}32)^2 + 3 * (25{,}76)^2 - 2 * (14{,}36)^2$$

$\mathbf{Q = 2163,776VAR}$

$P = UI\cos\varphi = 2206{,}74W \cong rI^2 + RI_2^2$

D'où la conservation de puissance active

$Q = UI\sin\varphi = 2161VAR \cong Q_P + Q_L - Q_C$

D'où la conservation de puissance réactive

Exercice 02 :

1)

$V_E = 220V$

$R_1 = R_2 = 10\Omega$

$Lw = 10\Omega$

Diviseur de tension :

$$\overline{V}_s = \frac{\overline{Z}_2}{\overline{Z}_1 + \overline{Z}_2}\,\overline{V}_e$$

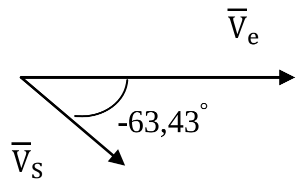
$$\overline{Z}_1 = R_1 = 10$$

$$\overline{Z}_2 = \frac{R_2 jLW}{R_2 + jLW} = \frac{10 * 10j}{10 + 10j} = \frac{10j}{1 + j}$$

$$\overline{V}_\delta = \frac{\frac{10j}{1+j}}{10 + \frac{10j}{1+j}}\overline{V}_e = \frac{10j}{10 + 10j + 10j}\overline{V}_e = \frac{10\,\overline{V}_e}{10 + 20j} = \frac{1}{1 + 2j}V_e$$

$$\boxed{\overline{V}_\delta = \frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{5}} * e^{j63,43}}\overline{V}_e = 0{,}44e^{-j63,43}\overline{V}_e = 96{,}8\, e^{-j63,43}}$$

Représentation de Fresnel:

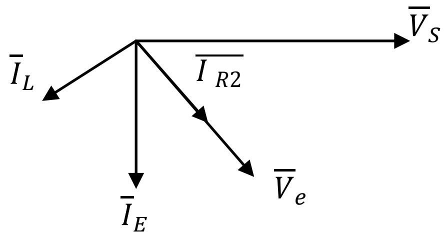


2)

$$\bar{I}_{R_2} = \frac{\overline{V}_\delta}{R_2} = \frac{96{,}8e^{-j63{,}43}}{10} = 9{,}68\ e^{-j63{,}43}$$

$$\bar{I}_L = \frac{\overline{V}_\delta}{jLW} = \frac{96{,}8\ e^{-j63{,}43}}{10j} = 9{,}68\ e^{-j153{,}43}$$

Représentation de Fresnel:



3) Première méthode :

$$\bar{I}_E = \bar{I}_{R_2} + \bar{I}_L = 9{,}68\ e^{-j63{,}43} + 9{,}68\ e^{-j153{,}43}$$

$$\bar{I}_E = 9{,}68\ e^{-j63{,}43}\left[1 + j^{j90°}\right] = 9{,}68\ e^{-j63{,}43}[1 + \cos 90 - j\sin 90]$$

$$\bar{I}_E = 9{,}68\left[e^{-j63{,}43}\right][1 + 0 - j] = 9{,}68\ e^{-j63{,}43}[1 - j]$$

$$\bar{I}_E = \sqrt{\mathbf{2}} * 9{,}68\ e^{-j63{,}43} * e^{-j45} = 13{,}69e^{-j108{,}43}$$

Deuxième méthode

$$\bar{I}_E = \frac{\overline{V}_e - \overline{V}_\delta}{R_1} = \frac{220 - 96{,}8\ e^{-j63{,}43}}{10} = 22 - 9{,}68\ e^{-j63{,}43}$$

$$\bar{I}_E = 22 - 9{,}68[\cos(63{,}43) - j\sin(63{,}43)]$$

$$\bar{I}_E = 17{,}67 + j * 8{,}61 \cong 13{,}69e^{-j108{,}43}$$

4) Calcul de la puissance active:

$$P = V_e * I_E * \cos\varphi = 220 * 13{,}69 * \cos(108{,}43) = 952.16W$$

$$P = R_1 * {I_E}^2 + R_2 * {I_{R2}}^2 = 961{,}2W$$

5) Calcul de la puissance réactive:

$$Q = V_e * I_E * \sin\varphi = 220 * 13{,}69 * \sin(108{,}43) = 2857.43\ VAR$$

$$Q = Lw * {I_L}^2 = 2912{,}24VAR$$

6) Calcul de Puissance apparente et la puissance apparente complexe:

$$S = V_e * I_E = 220 * 13{,}69 = 3011.8\ VA$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 220 * 13{,}69 = 3011.89\ VA$$

$$\bar{S} = \overline{V}_e * \overline{{I_E}^*} = 952.16 + j\ 2912.24 = P + jQ$$

d'ou on retrouve les valeurs de la puissance active et réactive.

Exercice 03 :

1)

$$P_r = rI_1^2$$

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{U}}{\bar{Z}_L + r} = \frac{\bar{U}}{jLw + r} = \frac{\bar{U}}{r + 50j}$$

$$I_1 = |\bar{I}_1| = \frac{U}{\sqrt{r^2 + (50)^2}}$$

$$P = \frac{rU}{r^2 + 2500}$$

2) La puissance est maximale si $\frac{dP}{dr} = 0$

$$\frac{dP}{dr} = \frac{U(r^2 + 2500) - 2 * r * rU}{(r^2 + 2500)^2} = \frac{r^2U + 2500U - 2r^2U}{(r^2 + 2500)^2} = \frac{-r^2U + 2500U}{(r^2 + 2500)^2} = 0$$

d'ou $r_0^2 = 2500$

La puissance maximale si $\mathbf{r_0 = 50\Omega}$

2)

$$P_{max} = \frac{50 * 100}{(50)^2 + 2500} = \frac{5000}{5000} = 1W$$

3)

$$P_1 = 10W = \frac{rU}{r^2 + 2500}$$

$$10 = \frac{100r}{r^2+2500}$$

d'ou on obtient: $10r^2 + 10 * 2500 - 100r = 0$

$$r^2 + 2500 - 100r = 0$$

$\Delta = b^2 - 4ac = (100)^2 - 4 * 2500 = 0$

donc $\mathbf{r_1 = \frac{100}{2} = 50\Omega}$

Exercice 04 :

1) Sans le moteur

$$\bar{I} = \bar{I}_L + \bar{I}_T$$

$P = 5 * 48 = 240W$

$\cos\varphi_T = 0{,}48$

$\varphi_T = 32{,}86°$

$P_L = U * I_T \cos\varphi_T \quad \Rightarrow \quad I_T = \frac{P_T}{\cos\varphi_T} = \frac{240}{220*0{,}84} = 1{,}29A$

$$\mathbf{\bar{I} = 1,29\ e^{j32,86°}}$$

$P_L = 2 * 75 = 150W;\ \cos\varphi_L = 1$

$P_L = UI_L\cos\varphi_L \quad \Rightarrow \quad I_L = \frac{P_L}{U\cos\varphi_L} = \frac{150}{220*1} = 0{,}68A$

$\bar{I}_E = \bar{I}_L + \bar{I}_T = 1{,}92\ e^{j32{,}86°} + 0{,}68 = 1{,}29(\cos\ (32{,}86) + j\sin(32{,}86)) + 0{,}68$

$$\mathbf{\bar{I}_E = 1,76 + j * 0,7 = 1,89\ e^{j21,69°}}$$

Le facteur de puissance est : $\cos\varphi_E = \cos(21{,}69) = 0{,}93$

2) Avec le moteur:

$\bar{I} = \bar{I}_E + \bar{I}_M$

$Ie^{j\varphi} = I_e e^{j\varphi_E} + I_M e^{j\varphi_M}$

$$\Rightarrow \begin{cases} I\cos\varphi = I_E\cos\varphi_E + I_M\cos\varphi_M \quad (1) \\ \\ I\sin\varphi = I_E\sin\varphi_E + I_M\sin\varphi_M \quad (2) \end{cases}$$

$(1)^2 \Rightarrow I^2\cos^2\varphi = {I_E}^2\cos^2\varphi_E + {I_M}^2\cos^2\varphi_M + 2I_E\cos\varphi_E I_M\cos\varphi_M$

$(2)^2 \Rightarrow I^2\sin^2\varphi = {I_E}^2\sin^2\varphi_E + {I_M}^2\sin^2\varphi_M + 2I_E\sin\varphi_E I_M\sin\varphi_M$

$(1)^2 + (2)^2 \Rightarrow I^2 = {I_E}^2 + {I_M}^2 + 2I_E I_M(\cos\varphi_E\cos\varphi_M + \sin\varphi_E\sin\varphi_M)$

$$\Rightarrow I^2 = {I_E}^2 + {I_M}^2 + 2I_E I_M\cos(\varphi_E - \varphi_M)$$

$\cos(\varphi_E - \varphi_M) = \frac{I^2 - I_E^2 - I_M^2}{2I_E I_M} = \frac{3{,}4^2 - 1{,}89^2 - 2{,}5^2}{2*1{,}89*2{,}5} = \frac{1{,}73}{2*1{,}98*2{,}5} = 0{,}183$

Ou $\begin{cases} \varphi_E - \varphi_M = 79{,}4° \\ (\varphi_E - \varphi_M) = -79{,}4° \end{cases}$

$\varphi_E - \varphi_M = 79{,}4° \qquad$ ou $\quad \varphi_M = \varphi_E - 79{,}4$

$\Rightarrow \varphi_M = 21{,}69 - 79{,}4 = -57{,}71°$

$$\mathbf{\cos\varphi_M = 0,53}$$

Ou $\varphi_E - \varphi_M = -79{,}4° \qquad \begin{cases} \varphi_E = 79{,}4 - \varphi_M \\ \varphi_M = \varphi_E + 79{,}4 \end{cases}$

$\Rightarrow \varphi_M = 21{,}69 + 79{,}4 = -101{,}09°$

$$\cos \varphi_M = -0{,}19$$

Nous prenons la solution $\boldsymbol{\varphi_M = -57,71°}$ pour ne pas avoir un facteur de puissance négative.

Facteur de puissance : $\boldsymbol{\cos \varphi_M = 0,53}$

Exercice 05 :

1)

$$P = UI \cos \varphi$$

Le facteur de puissance est: $\cos \varphi = \frac{P}{U*I}$

$$\cos \varphi = \frac{5500}{220 * 32} = 0{,}78$$

La puissance réactive: $Q \quad = P \tan \varphi = 5500 * 0{,}8 = 4412 VAR$

2)

$$Q' = Q + Q_C$$

$$P = P'$$

$$Q' = P \tan \varphi'$$

$$Q = P \tan \varphi$$

$$Q_C = -CwU^2$$

$$\cos \varphi' = 0{,}92 \quad \Rightarrow \quad \tan \varphi' = P \tan \varphi + CwU^2$$

$$C = \frac{P(\tan \varphi - \tan \varphi')}{wU^2} = \frac{5500(0{,}8 - 0{,}426)}{2 * \pi * 50 * (220)^2} = 135{,}35 \mu F$$

$$P = P' = U * I_R \cos \varphi'$$

$$I_R = \frac{P}{U \cos \varphi'} = \frac{5500}{220 * 0{,}92} = 27{,}17 A$$

Travaux Dirigés n°04

Exercice 01 :

Sur le réseau (220/380 V ; 50Hz) sans neutre, on branche en étoile trois récepteurs identiques de résistances R =10Ω en série avec une bobine d'inductance $L = 0.1H$

1) Faire le schéma du montage en fléchant les tensions et les courants.

2) Déterminer la valeur efficace des courants en ligne, ainsi que leur déphasage par rapport aux tensions correspondantes.

3) Ces trois récepteurs sont maintenant couplés en triangle. Calculer la valeur efficace des courants en ligne.

4) Effectuer la construction de Fresnel dans chacun des cas précédents.

Exercice 02 :

Un récepteur triphasé équilibré, couplé en triangle est relié au réseau (220/380V; 50Hz) sans neutre. On mesure les puissances par la méthode des deux wattmètres, qui donne les résultats $P_{1L} = 1465W;\ P_{2L} = -675W$

1) Calculer les puissances active et réactive consommées par ce récepteur, en déduire la puissance apparente.

2) Calculer le facteur de puissance du récepteur.

3) Calculer l'intensité du courant efficace en ligne et le courant par phase.

Exercice 03 :

1) Un récepteur couplé en étoile est alimenté par un réseau (380/660 V, 50Hz). Il comporte 3 bobines identiques d'impédances 19Ω son facteur de puissance cosφ =0,8.

   a. Donner la tension aux bornes de chacune des bobines.

b. Calculer l'intensité du courant traversant chaque bobine. Quelle est l'intensité du courant dans un fil de ligne.

c. Déterminer la puissance active et la puissance réactive absorbées par ce récepteur.

2) On branche sur le réseau précédent un moteur asynchrone triphasé de $\cos\varphi = 0{,}8$ arrière dont les enroulements sont couplés en triangle. Calculer:

a. L'intensité du courant en ligne si le moteur absorbe une puissance active de 3kW.

b. L'intensité du courant dans un enroulement.

c. La puissance réactive.

3) On fait fonctionner simultanément les deux récepteurs précédents sur le réseau.

a. Calculer les puissances active et réactive absorbées par l'ensemble.

b. Déduire le facteur de puissance de l'ensemble et l'intensité du courant absorbé en ligne.

c. Calculer la capacité des trois condensateurs montés en triangle qui permettant de ramener le facteur de puissance à la valeur 1.

Exercice 04 :

Une installation industrielle alimentée par un réseau triphasé comprend trois ateliers. On a mesuré les puissances actives et réactives consommées par chaque atelier et les facteurs de puissances correspondants.

Atelier	Tension entre phases	Puissance active	Facteur de puissance	Nature de l'installation
A1	380V	50kW	0,76	Moteurs asynchrones
A2	380V	60kW	0,8	Moteurs asynchrones
A3	380V	30kW	0,86	Moteurs asynchrones
		15kW	0,788	Eclairage

1) Pour l'ensemble de l'installation des 3 ateliers déterminer :

a. La puissance active totale.

b. La puissance réactive totale.

c. Le courant par fil de ligne.

2) On mesure la puissance totale en utilisant deux wattmètres.

a. Donner le schéma de montage correspondant à cette mesure.

b. Quelles seront les puissances données par chaque wattmètre.

3) Pour améliorer le facteur de puissance de toute l'installation. On branche trois condensateurs montés en triangle de capacité 500µF. Calculer:

a. La puissance réactive fournie par l'ensemble des batteries de condensateurs.

b. Le nouveau facteur de puissance de l'installation

c. Le courant par fil de ligne.

EXERCICE N 5 :

Un atelier est alimenté en 220/380V, 50Hz. Il comprend un four électrique triphasé purement résistif absorbant une puissance de 10KW et 5 moteurs triphasés identiques.

Les caractéristiques d'un moteur sont les suivantes :

$$\mathbf{P_m=3{,}2KW\ ,\ \eta=0.8\ et\ \cos\varphi=0.75\ (arrière)}$$

1) Calculer la valeur efficace de l'intensité dans les fils de ligne dans les deux cas suivants :

a. Les cinq moteurs fonctionnent et le four est arrêté.

b. Le four fonctionne seul.

2) Lorsque le four et les cinq moteurs fonctionnent ensemble. Calculer.

a. La puissance active totale absorbée par l'atelier.

b. La puissance réactive totale absorbée par l’atelier.

c. La valeur efficace de l’intensité de courant dans les fils de ligne.

d. Le facteur de puissance totale de l’atelier.

3) Pour améliorer le facteur de puissance de l’atelier lorsque le four et les moteurs fonctionnent ensemble. On dispose d’une batterie de trois condensateurs montés en triangle.

Sachant que la capacité d’un condensateur est de 47µF, calculer :

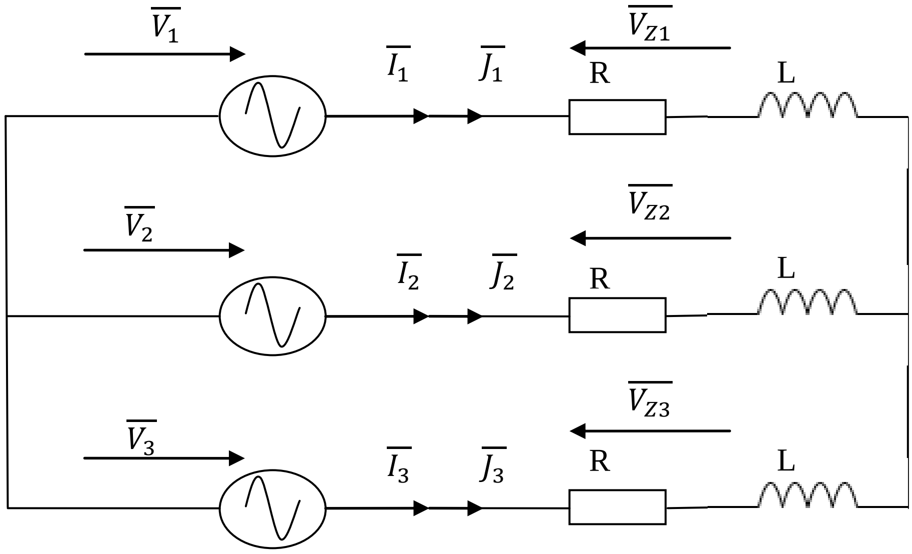
a. La nouvelle valeur efficace de l’intensité du courant dans les fils de ligne.

b. Le nouveau facteur de puissance totale de l’atelier.

Correction TD n°04

Exercice 01 :

1) Couplage Etoile



2) $\overline{Z} = \mathrm{R} + \mathrm{jLW} = 10 + \mathrm{jL} * 2\pi \mathrm{f}$

$$= 10 + \mathrm{j}100 * 0{,}1\pi$$

$$= 10 + 31.4\mathrm{j} = \overline{\mathrm{Z}}$$

$$Z = |\overline{Z}| = \sqrt{10^2 + (31{,}4)^2} = 32{,}95\Omega$$

$$\varphi = \mathrm{arctg}\left(\frac{31{,}4}{10}\right) = 72{,}33°$$

$$\Rightarrow \boxed{\mathbf{\bar{Z} = 32,95\ e^{j72,33}}}$$

$$\text{Nous avons: } \begin{cases} \overline{\mathrm{V}_1} = \mathrm{V} \\ \overline{\mathrm{V}}_2 = \mathrm{V}^{-\mathrm{j}\frac{2\pi}{3}} \\ \overline{\mathrm{V}}_3 = \mathrm{V}^{-\mathrm{j}\frac{4\pi}{3}} \end{cases}$$

$$\overline{\mathrm{I}_1} = \overline{\mathrm{J}_1} = \frac{\overline{\mathrm{V}_{Z1}}}{\overline{\mathrm{Z}}} = \frac{\overline{\mathrm{V}_1}}{32{,}95\ \mathrm{e}^{\mathrm{j}72{,}33}} = \frac{220}{32{,}95}\ \mathrm{e}^{-\mathrm{j}72{,}33}$$

$$\boxed{\mathbf{\overline{I_1} = \overline{J_1} = 6,67\ e^{-j72,33}}}$$

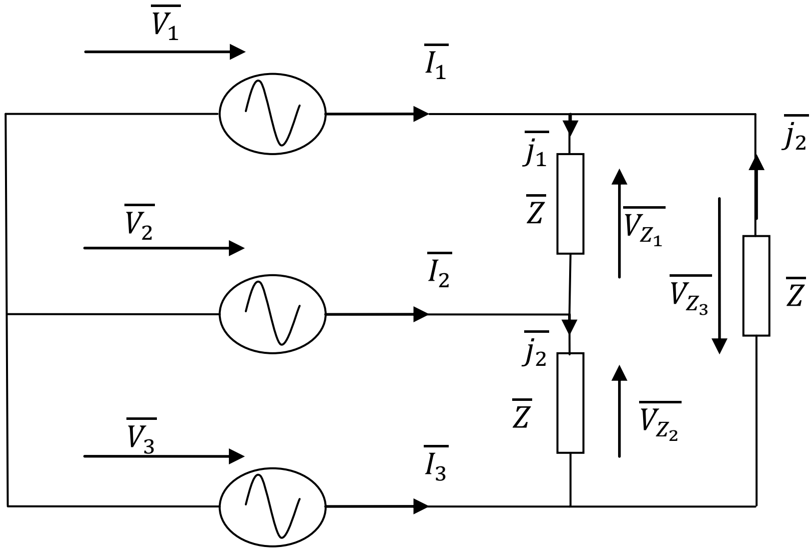
$$\overline{I_2} = \overline{J_2} = \frac{\overline{V_{Z2}}}{\overline{Z}} = \frac{\overline{V_2}}{32{,}95\ e^{j72{,}33}} = \frac{220\ e^{-j120}}{32{,}95\ e^{j72{,}33}}$$

$$\boxed{\mathbf{\overline{I_2} = \overline{J_2} = 6{,}67\ \ e^{-j192{,}33}}}$$

$$\overline{I_3} = \overline{J_3} = \frac{\overline{V_{Z3}}}{\overline{Z}} = \frac{\overline{V_3}}{\overline{Z}} = \frac{220\ \ e^{-j240}}{32{,}95\ e^{j72{,}33}} = \frac{220\ e^{-j240}}{32{,}95\ e^{j72{,}33}}$$

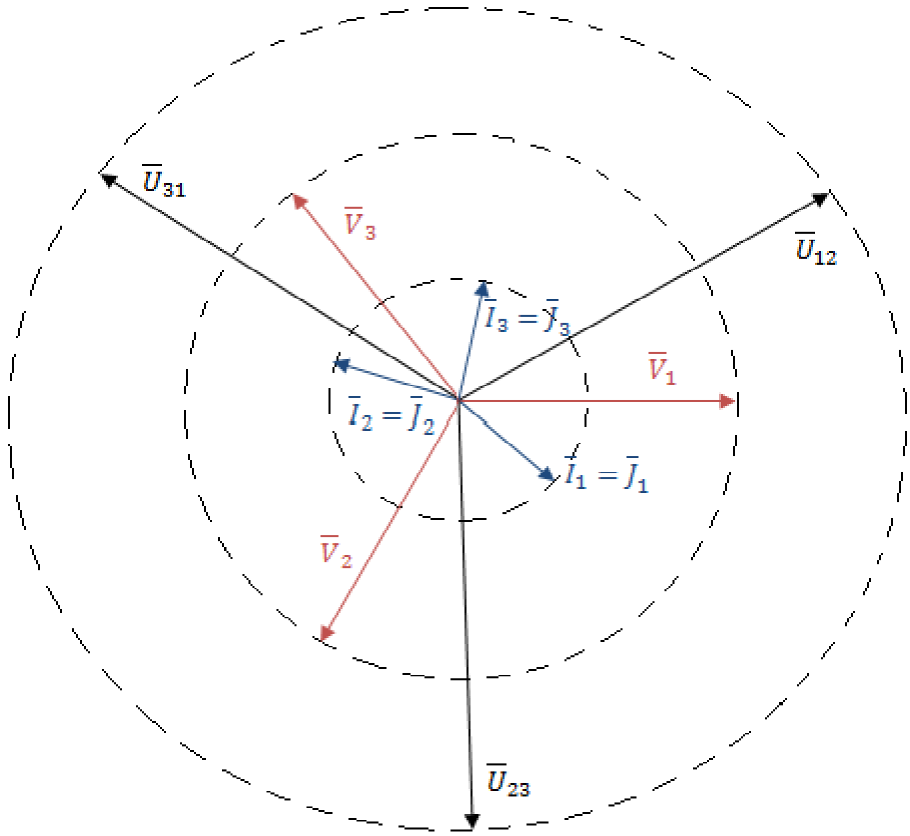
$$\boxed{\mathbf{\overline{I_3} = \overline{J_3} = 6{,}67\ \ e^{-j312{,}33}}}$$

3)

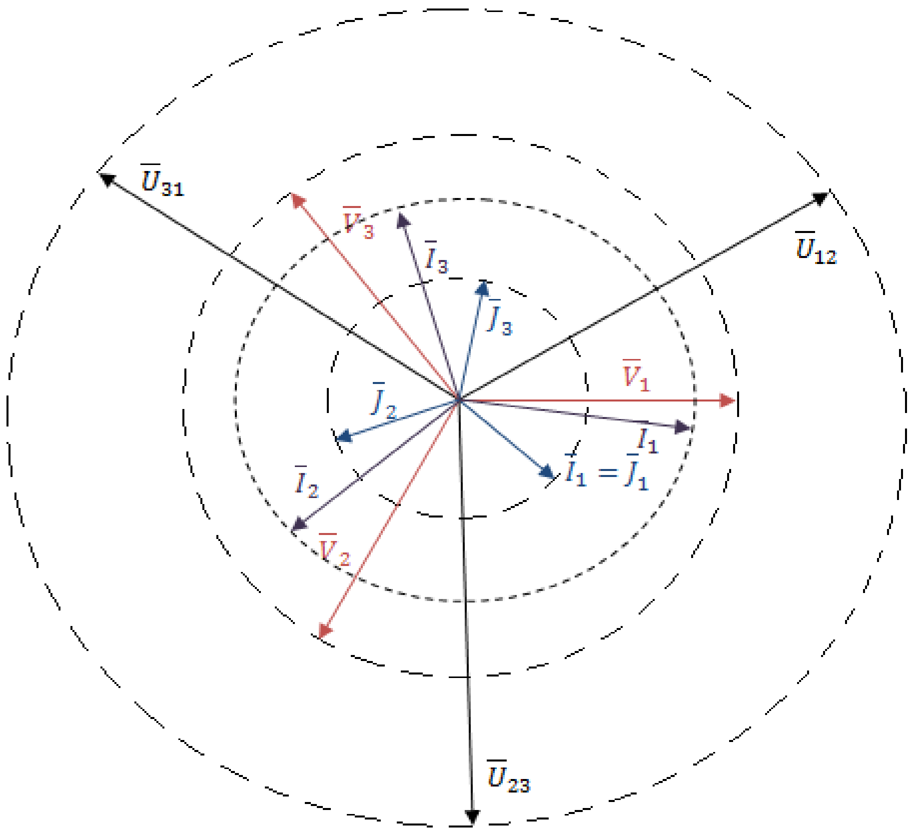


$$\begin{cases} \bar{J}_1 = \dfrac{\bar{V}_{Z_1}}{\bar{Z}} = \dfrac{\bar{U}_{12}}{\bar{Z}}\ \dfrac{\sqrt{3}\ \bar{V}_1 e^{j\frac{\pi}{6}}}{32,95\ e^{j72,33}} = \dfrac{\sqrt{3}\ 220}{32,95}\ e^{-42,33} = 11,55\ e^{-j42,33} \\ \bar{J}_2 = \dfrac{\bar{V}_{Z_2}}{\bar{Z}} = \dfrac{\bar{U}_{23}}{\bar{Z}}\ \dfrac{\sqrt{3}\ \bar{V}_2 e^{j\frac{\pi}{6}}}{32,95\ e^{j72,33}} = 11,55\ e^{-j162,33} \\ \bar{J}_3 = \dfrac{\bar{V}_{Z_3}}{\bar{Z}} = \dfrac{\bar{U}_{31}}{\bar{Z}}\ \dfrac{\sqrt{3}\ \bar{V}_3 e^{j\frac{\pi}{6}}}{32,95\ e^{j72,33}} = 11,55\ e^{-j282,33} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathbf{\bar{I}_1 = \bar{J}_1 - \bar{J}_3 = \sqrt{3}\ \bar{J}_1 e^{j\frac{\pi}{6}} = 20e^{-j12,33}} \\ \mathbf{\bar{I}_2 = \bar{J}_2 - \bar{J}_1 = \sqrt{3}\ \bar{J}_2 e^{j\frac{\pi}{6}} = 20e^{-j132,33}} \\ \mathbf{\bar{I}_3 = \bar{J}_3 - \bar{J}_2 = \sqrt{3}\ \bar{J}_3 e^{j\frac{\pi}{6}} = 20e^{-j252,33}} \end{cases}$$



Couplage étoile



Couplage triangle

Exercice 02:

1) Méthode de deux Wattmètres :

Puissance active: $P = P_{1L} + P_{2L} = 1465 - 675 = 790W$

Puissance réactive: $Q = \sqrt{3}[P_{1L} + P_{2L}] = \sqrt{3}[1465 + 675] = 3706{,}58VAR$

2)

$$P = \sqrt{3}UI\cos\varphi$$

$$Q = \sqrt{3}UI\sin\varphi$$

$$\tan\varphi = \frac{Q}{P} = \frac{3706{,}58}{790} = 4{,}69$$

$$\varphi = 77{,}96°$$

Le facteur de puissance est :$\mathbf{\cos\varphi = 0,2}$

3)

$$P = \sqrt{3}UI\cos\varphi \Longrightarrow I = \frac{P}{\sqrt{3}U\cos\varphi}$$

$$I = \frac{790}{\sqrt{3}\,3800{,}2} = 6A$$

L'intensité du **courant ligne:** $\mathbf{I = 6A}$

L'intensité du **courant par phase** $\mathbf{J = \frac{I}{\sqrt{3}} = 3,46A}$

Exercice 03:

1)

a) Couplage étoile :

$$\begin{cases} \overline{V}_{Z_1} = \overline{V}_1 = 380 \\ \overline{V}_{Z_2} = \overline{V}_2 = 380\mathbf{e}^{-j\frac{2\pi}{3}} \\ \overline{V}_{Z_3} = \overline{V}_3 = 380\mathbf{e}^{-j\frac{4\pi}{3}} \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \overline{V}_1 = 380 \\ \overline{V}_2 = 380\mathbf{e}^{-j\frac{2\pi}{3}} \\ \overline{V}_3 = 380\mathbf{e}^{-j\frac{4\pi}{3}} \end{cases}$$

b)

$$\bar{Z} = 19\ e^{j53,53}$$

$$\begin{cases} \bar{I}_1 = \bar{J}_1 = \dfrac{\bar{V}_{Z_1}}{\bar{Z}} = \dfrac{\bar{V}_1}{\bar{Z}} = \dfrac{380}{19e^{j53,13}} = 20e^{-j53,13} \\ \bar{I}_2 = \bar{J}_2 = \dfrac{\bar{V}_{Z_2}}{\bar{Z}} = \dfrac{\bar{V}_2}{\bar{Z}} = \dfrac{380e^{-j120}}{19e^{j53,13}} = 20e^{-j173,1} \\ \bar{I}_3 = \bar{J}_3 = \dfrac{\bar{V}_{Z_3}}{\bar{Z}} = \dfrac{\bar{V}_3}{\bar{Z}} = \dfrac{380e^{-j240}}{19e^{j53,13}} = 20e^{-j293,13} \end{cases}$$

$$I \quad = J \quad = 20A$$

c) Puissance active: $P = \sqrt{3}UI\ \cos\varphi = \sqrt{3} * 660 * 20 * 0,6 = 13717,84W$

Puissance réactive: $Q = \sqrt{3}UI\ \sin\varphi = \sqrt{3} * 660 * 20 * 0,8 = 18290,45VAR$

2)

a) $\cos\varphi = 0,8$ donc $\boldsymbol{\varphi = 36,86°}$

$P = 3KW = \sqrt{3}\ UI\cos\varphi$

$$I = \frac{P}{\sqrt{3}U\cos\varphi} = \frac{3000}{\sqrt{3} * 660 * 0,8} = 3,28A$$

b) $J = \frac{I}{\sqrt{3}} = \frac{3,28}{\sqrt{3}} = \mathbf{1,89A}$

c) $Q = \sqrt{3}UI\sin\varphi = \sqrt{3} * 660 * 3,28 * 0,6 = 2249,72VAR$

3)

a) Les deux récepteurs simultanément :

D’après Boucherot :

$P_T = P_1 + P_2 = 13717,84 + 3000 = \mathbf{16717,84W}$

$Q_T = Q_1 + Q_2 = 18290,45 + 2249,72 = \mathbf{20504,17VAR}$

b) $\tan\varphi = \frac{Q_T}{P_T} = \frac{20540,17}{16717,84} = 1,228$ d'ou $\cos\varphi = 0,63$

$P = \sqrt{3}UI\ \cos\varphi$ d'ou $I = \frac{P}{\sqrt{3}UI\ \cos\varphi} = \frac{16717,84}{\sqrt{3}*660*0,63} = \mathbf{23,21A}$

c) $Q'_T = Q_T - 3CWU^2$

$P'_T * \tan\varphi'_T = P_T * \tan\varphi_T - 3CWU^2$

Or $P'_T = P_T$

D'ou $P_T(\tan\varphi_T - \tan\varphi'_T) = 3CWU^2$

$$\mathbf{C} = \frac{P_T(\tan\varphi_T - \tan\varphi'_T)}{3CWU^2} = \frac{P_T(\tan\varphi_T - \tan\varphi'_T)}{3*2\pi*f*U^2} = \frac{16717{,}84(1{,}228-0)}{3*100\pi*660^2} = \boldsymbol{50\mu F}$$

Exercice 04 :

1)

a) $P_T = P_{A1}+P_{A2}+P_{A31}+P_{A32} = 50+60+30+15 = 155KW$

b) $Q_T = Q_{A1}+Q_{A2}+Q_{A31}+Q_{A32}$

$Q_{A1} = P_{A1} * \tan\varphi_{A1} = 50 * 0{,}855 = 42{,}75KVAR$

$Q_{A2} = P_{A2} * \tan\varphi_{A2} = 60 * 0{,}75 = 45KVAR$

$Q_{A31} = P_{A31} * \tan\varphi_{A31} = 30 * 0{,}59 = 17{,}7KVAR$

$Q_{A32} = P_{A32} * \tan\varphi_{A32} = 15 * 0{,}78 = 11{,}7KVAR$

$\mathbf{Q_T = 117{,}15KVAR}$

c) $\frac{Q_T}{P_T} = \tan\varphi_T = \frac{117{,}15}{155} = 0{,}755$

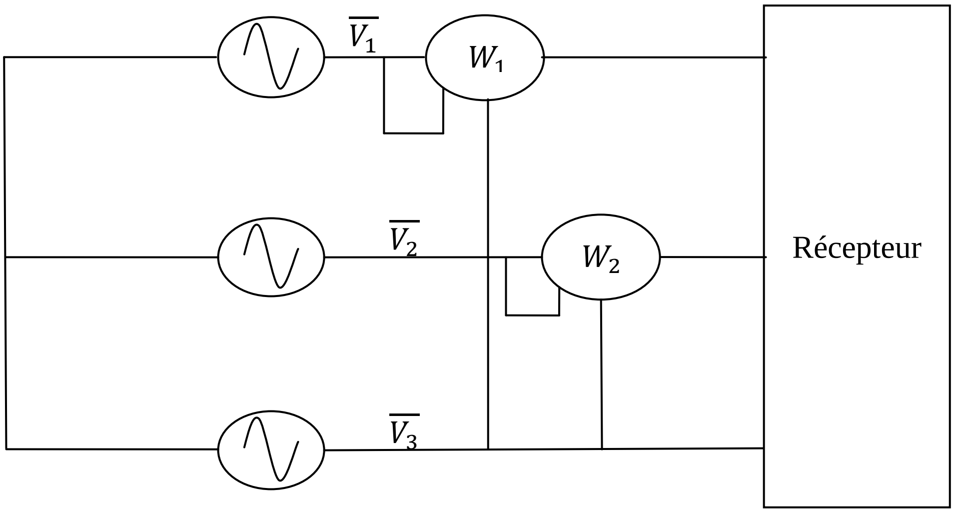
D'ou $\boldsymbol{\cos\varphi_T = 0{,}79}$

Or $P_T = \sqrt{3}UI\cos\varphi_T$

Donc: $I = \frac{P_T}{\sqrt{3}U\cos\varphi_T}$

Le courant par fil de ligne $\boldsymbol{I = 298{,}09A}$

2)



3)

$$\begin{cases} P_T = W_1 + W_2 \\ Q_T = \sqrt{3}[W_1 - W_2] \end{cases}$$

$$\begin{cases} P_T = W_1 + W_2 \quad (1) \\ \dfrac{Q_T}{\sqrt{3}} = [W_1 - W_2] \ (2) \end{cases}$$

$(1) + (2) \quad \Rightarrow \quad 2W_1 = P_T + \frac{Q_T}{\sqrt{3}}$

$$W_1 = \frac{P_T + \frac{Q_T}{\sqrt{3}}}{2} = \frac{\frac{117,55}{\sqrt{3}} + 155}{2} = 111,31KW$$

$W_2 = P_T - W_1 = 43,69KW$

4)

a) $Q_{3c} = -3CWU^2 = -3 * 500 * 10^{-6} * 2\pi * 50(380)^2 = -68012,4VAR$

b) $Q'_T = Q_T + Q_{3C} = 117,15 * 10^3 - 68012,4 = 49137,6VAR$

$P'_T = P_T = 155KW$

$\tan\varphi'_T = \frac{Q'_T}{P_T} = \frac{49137,6}{155000} = 0,317$

Le nouveau facteur de puissance $\Rightarrow$ $\mathbf{\cos\varphi'_T = 0,95}$

$P'_T = \sqrt{3}UI'\cos\varphi'_T$

$$I' = \frac{P'_T}{\sqrt{3}U\cos\varphi'_T} = \frac{155 * 10^3}{\sqrt{3} * 380 * 0,95} = 247,89A$$ (**Courant par fil de ligne**)

Exercice 05 :

1) a) $P_m = 3,2KW$

$$P = \frac{P_m}{\sim} = \frac{3,2}{0,8} = 4KW$$

5Moteurs : $P_{5M} = 5 * P = 20KW; \cos\varphi = 0,78$

Four : $P_f = 10KW$

Les cinq moteurs fonctionnent seul

$P = \sqrt{3}UI\cos\varphi_T$

$$I = \frac{P}{\sqrt{3}U\cos\varphi_T} = \frac{20 * 10^3}{\sqrt{3} * 380 * 0,78} = 38,95A$$

b) Le four fonctionne seul :

$\cos\varphi = 1$ (le four est purement resistif $\varphi = 0$)

$P = \sqrt{3}UI\cos\varphi$

$$\mathbf{I = \frac{P}{\sqrt{3}U\cos\varphi} = \frac{10 * 10^3}{\sqrt{3} * 380} = 15,19A}$$

2) a)

$P_T = P_{5M} + P_{f0} = 10 + 20 = 30KW$

b)

$Q_T = Q_{5M} + Q_f$

$Q_{5M} = P_{5M} * \tan\varphi_M = 16,04KVAR$

$\cos\varphi_M = 0,78$ d'ou $\tan\varphi_M = 0,8$

$Q_T = 16,04KVAR$

c) Le facteur de puissance :

$$\tan\varphi_T = \frac{Q_T}{P_T} = \frac{16,04}{30} = 0,534$$

$\text{Cos}\,\varphi_T = 0,88$

d)

$P_T = \sqrt{3}UI\,\text{Cos}\,\varphi_T$

Le courant dans les fils de ligne : $\mathbf{I = \frac{P_T}{\sqrt{3}UI\,Cos\,\varphi_T} = \frac{30*10^3}{\sqrt{3}*380*0,88} = 51,79A}$

3) a)

$$Q'_T = Q_T + Q_C \text{ et } P'_T = P_T$$

$$Q'_T = Q_T - 3CWU^2 = 16{,}04 * 10^3 - 3 * 4710 * 10^{-6} * 2\pi * 50 * (380)^2$$

$$\mathbf{Q'_T = 9646{,}83VAR}$$

$$\tan \varphi'_T = \frac{Q'_T}{P'_T} = \frac{9646{,}83}{30 * 10^3} = 0{,}32$$

Le nouveau facteur de puissance : $\boldsymbol{\cos \varphi'_T = 0{,}95}$

b)

$$P'_T = P_T = \sqrt{3}UI \operatorname{Cos} \varphi'_T$$

$$I = \frac{P_T}{\sqrt{3}U \operatorname{Cos} \varphi'_T} = \frac{30000}{\sqrt{3} * 380 * 0{,}95} = 47{,}97A$$