Unité d'enseignement : **Automatique 1**

ECUE n° 1 : **Signaux et Systèmes Linéaires**

Chapitre 3

Schéma Bloc (Schéma Fonctionnel)

Nombre d'heures/chapitre : 2h

Cours intégré

Système d'évaluation : **Continu**

OBJECTIFS DE L'ENSEIGNEMENT :

-Maîtriser les outils de transformation des signaux

-Savoir manipuler les techniques de représentation des systèmes.

CONTENU THEORIQUE :

Dans ce chapitre on s'intéresse au formalisme des schémas d'un système continu linéaire invariant (SLCI), avec la concentration sur les transformations des schémas blocs pour différent structure que ce soi la structure en boucle ouverte ou bien la structure en boucle fermée

Chaque partie de se chapitre doit etre explicité par des applications explicatifs.

Schéma Bloc (Schéma Fonctionnel)

1 Définition

Un schéma fonctionnel est une représentation simplifiée d'un processus mettant en évidence les différentes fonctions mise en œuvre.

Par exemple dans le cas d'un système asservi ; on peut faire la description de la figure suivante.

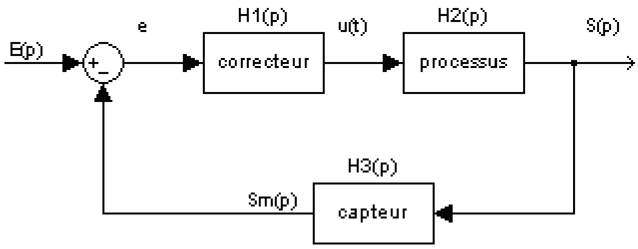


Fig.3.1 : Schéma de base d'un système asservi

Chaque élément du schéma de base est caractérisé par une transmittance $H_i(p)$

Dans le but de réaliser l'analyse et la synthèse d'un système asservi ; il apparaît intéressant de représenter chaque bloc fonctionnel par sa transmittance (son modèle mathématique).

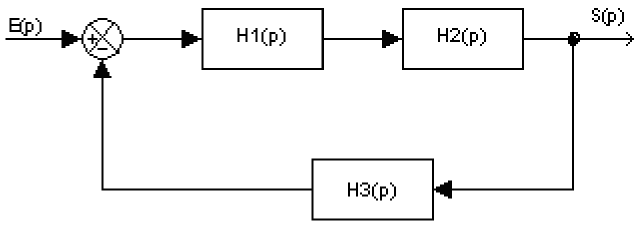


Fig. 3.2 : Schéma fonctionnel d'un système asservi.

2 Formalisme

On représente le système d'équations original par un schéma dont le formalisme est le suivant :

- les branches représentent les variables
- les blocs représentent les transmittances.
- les sommateurs additionnent algébriquement les variables.
- les jonctions servent à prélever les valeurs des variables. $S(p) = e_1(p) + e_2(p) + e_3(p)$

- **Bloc** :

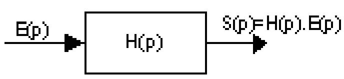


Fig. 3.3 : Schéma d'un bloc

- **Sommateur**:

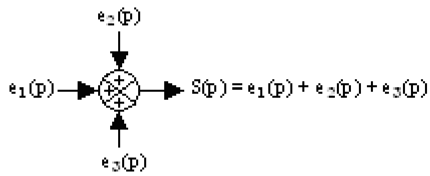


Fig. 3.4 : Sommateur

- **Comparateur**

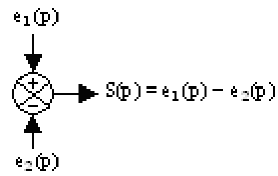


Fig. 3.5 : Comparateur

- **Capteur** :

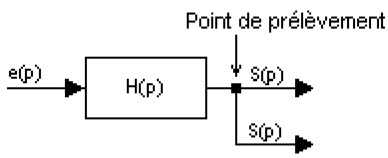


Fig. 3.6 : Capteur

2.1 Transformation des schémas blocs

Il peut être intéressant de simplifier les schémas fonctionnels en regroupant les fonctions mises en œuvre (les transmittances).

2.1.1 Structure en boucle ouverte

*** Transmittance en série**

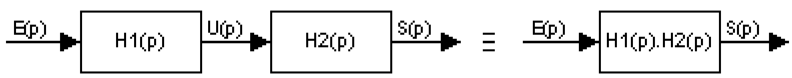


Fig. 3.7 : Transmittance en série

$$\left.\begin{array}{l} U(p)=H_1(p).\ E(p) \\ S(p)=H_2(p).U(p) \end{array}\right\} \Rightarrow S(p)=H_1(p).H_2(p).E(p)$$

*** Transmittance en parallèle**

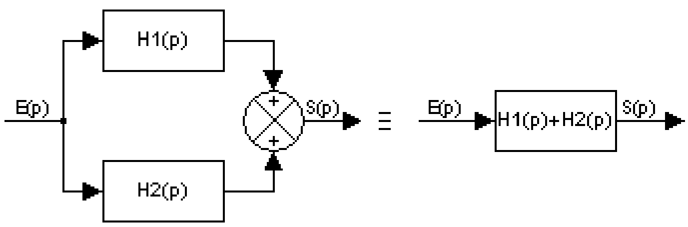


Fig. 3.8 : Transmittance en parallèle.

2.2. Structure en boucle fermée

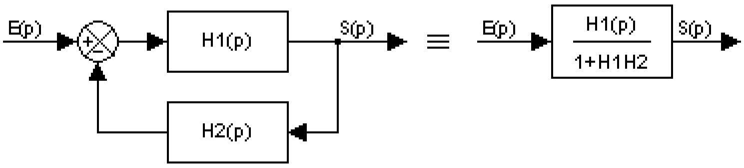
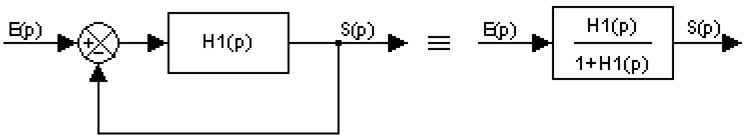


Fig. 3.9 : Transmittance en boucle fermée.

$$\left.\begin{array}{l} S(p)=H_1(p).\ \varepsilon p). \\ \varepsilon(p)=E(p)\text{-}H_2(p).S(p) \end{array}\right\} \Rightarrow S(p)=H_1(p).\left[E(p)\text{-}H_2(p).S(p)\right]$$

$$\Rightarrow S(p).\left[1+H_1(p).H_2(p)\right]=H_1(p).\ E(p)$$

$$\Rightarrow S(p)=\frac{H_1(p)}{\left[1+H_1(p).H_2(p)\right]}E(p)$$

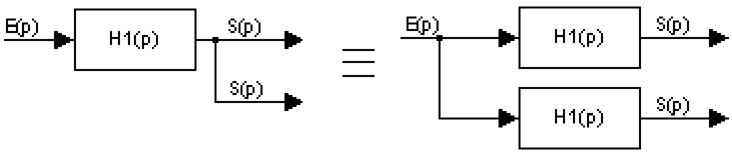


H2(p)=1

Fig. 3.10 : Transmittance équivalente en boucle fermée.

* Déplacement des points de prélèvement

- **En amont d'un bloc**



$$S(p)=H_1(p).\ E(p)$$

Fig. 3.11

- **En aval d'un bloc**

$$S'(p)=\frac{1}{H_2(p)}.H_1(p).H_2(p).E(p)$$
$$=H_1(p).E(p)$$

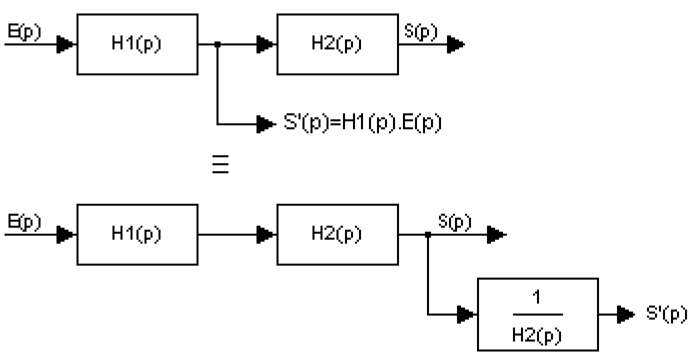


Fig. 3.12

*** Déplacement des sommateurs**

- **Redisposition des sommateurs**

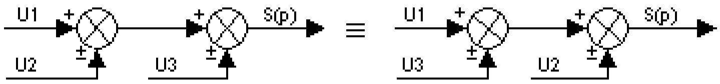


Fig. 3.13

$$S(p) = U_1 \pm U_2 \pm U_3 = U_1 \pm U_3 \pm U_2$$

- **Déplacement d'un sommateur en aval d'un bloc**

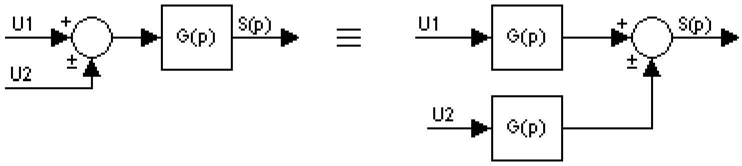


Fig. 3.14

$$S(p) = G(p)\left[U_1(p) \pm U_2(p)\right] = G(p)U_1(p) \pm G(p)U_2(p)$$

- **Déplacement d'un sommateur en amont d'un bloc**

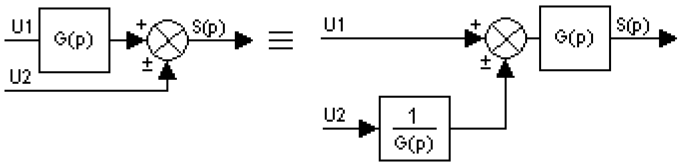


Fig. 3.15

$$S(p) = G(p).U_1(p) \pm U_2(p)$$

$$\begin{aligned} S(p) &= G(p)\left[U_1(p) \pm U_2^{'}(p)\right] \\ &= G(p)U_1(p) \pm G(p)\left[U_2(p).\frac{1}{G(p)}\right] \\ &= G(p).U_1(p) \pm U_2(p) \end{aligned}$$

2.3. Application

Chercher les fonctions de transfert des schémas blocs suivants en utilisant les règles de réduction des boucles.

- **Boucles concentriques**

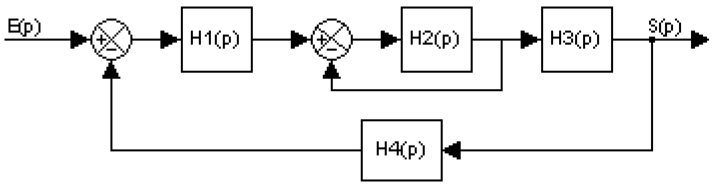


Fig. 3.16

- **Boucles imbriquées**

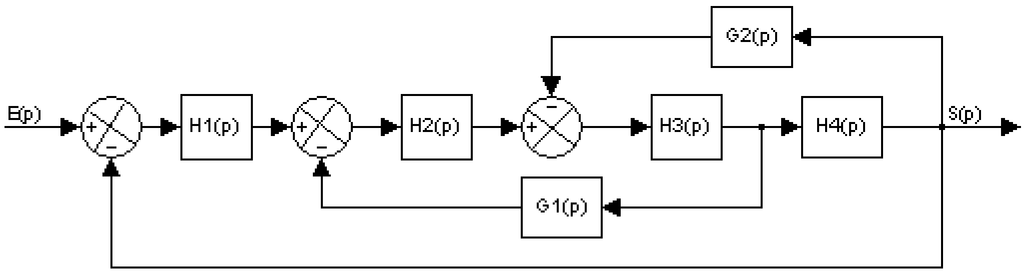


Fig. 3.17

<u>Correction</u>

1.

$$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)}$$

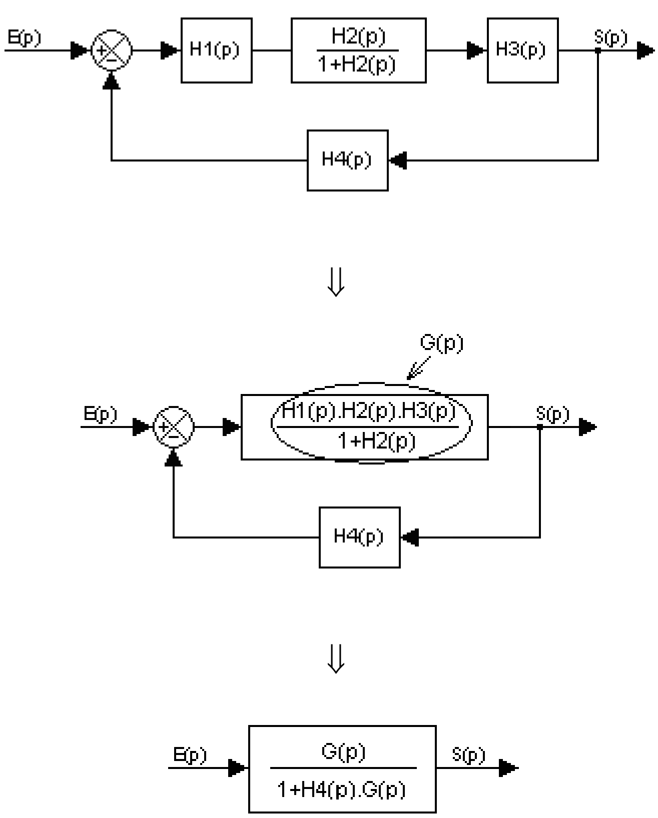


Fig. 3.18

$$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{\dfrac{H_1(p)H_2(p)H_3(p)}{1+H_2(p)}}{1+H_4(p).\dfrac{H_1(p)H_2(p)H_3(p)}{1+H_2(p)}} \Rightarrow \boxed{H(p) = \frac{H_1(p)H_2(p)H_3(p)}{1+H_2(p)+H_1(p)H_2(p)H_3(p)H_4(p)}}$$

2.

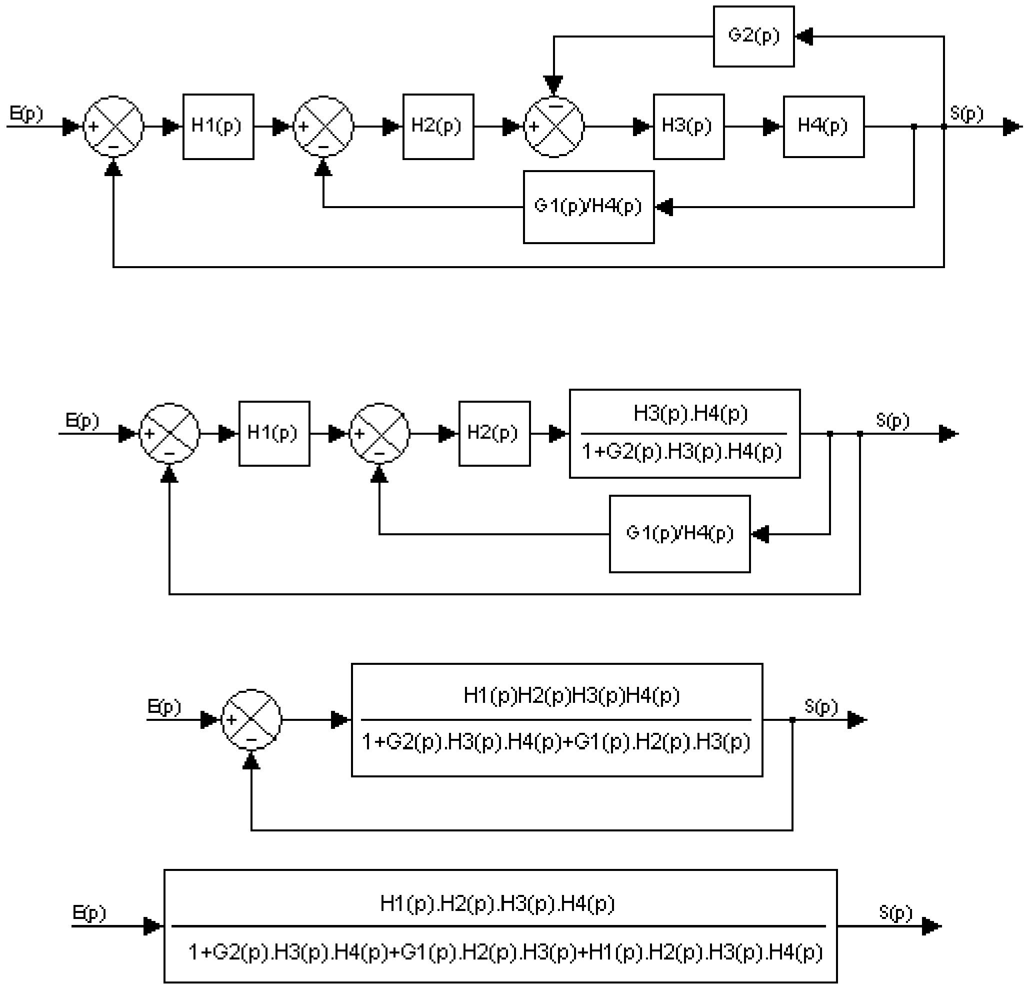


Fig. 3.19

$$\boxed{H(p)=\frac{H_1(p)H_2(p)H_3(p)H_4(p)}{1+G_2(p)H_3(p)H_4(p)+G_1(p)H_2(p)H_3(p)+H_1(p)H_2(p)H_3(p)H_4(p)}}$$

Exercice 1

1. Calculer la fonction de transfert T(p) en boucle ouverte de chaque schéma bloc.

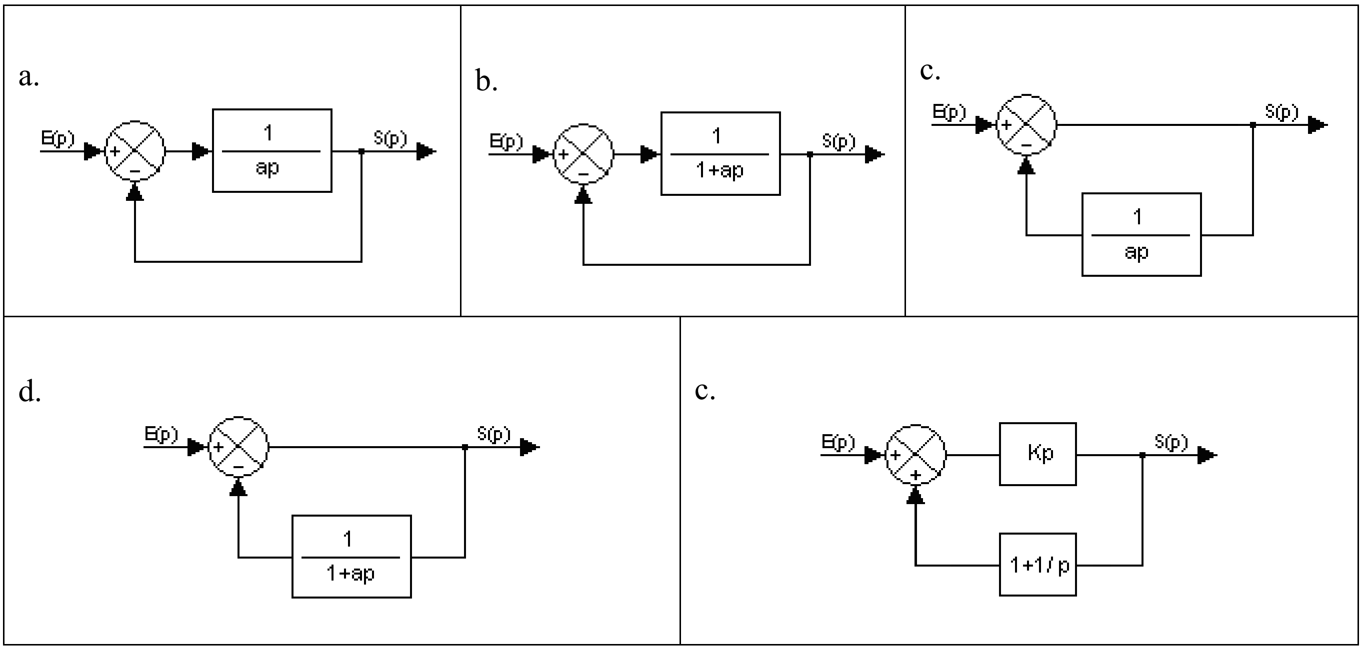


Fig. 3.20

2. Calculer H(p) la fonction de transfert en boucle fermée de chaque schéma bloc.

Correction

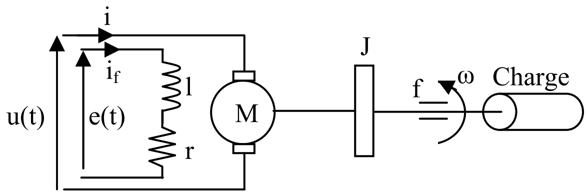
Posons T(p) et H(p) respectivement les fonctions de transferts en boucle ouverte et boucle fermée des schémas fonctionnels.

a. $\begin{cases} T(p) = \dfrac{1}{ap} \\ H(p) = \dfrac{1/ap}{1+1/ap} = \dfrac{1}{ap+1} \end{cases}$	b. $\begin{cases} T(p) = \dfrac{1}{1+ap} \\ H(p) = \dfrac{1}{2+ap} \end{cases}$	c. $\begin{cases} T(p) = \dfrac{1}{ap} \\ H(p) = \dfrac{1}{1+1/ap} = \dfrac{ap}{1+ap} \end{cases}$
d. $\begin{cases} T(p) = \dfrac{1}{1+ap} \\ H(p) = \dfrac{1}{1+\frac{1}{1+ap}} = \dfrac{1+ap}{2+ap} \end{cases}$	e. $\begin{cases} T(p) = kp(1+1/p) = k(p+1) \\ H(p) = \dfrac{kp}{1-kp(1+1/p)} = \dfrac{kp}{1-k(p+1)} \end{cases}$	

Fig. 3.21

Exercice 2

Soit le schéma suivant :



$$\begin{cases} J : \text{linertie} \\ f : \text{coefficient de frottement} \\ Cm : \text{couple moteur} \\ Cr : \text{couple résistant} \end{cases}$$

Fig. 3.22 : Système mécanique.

1. Donner le schéma fonctionnel du système.
2. Calculer la fonction de transfert $H(p) = \dfrac{\Omega(p)}{U(p)}$

Correction

1. Schéma fonctionnel :

Equations électriques

$$\begin{cases} U = Ri + L\dfrac{di}{dt} + E \\ E = k\Omega \\ C_m = ki \end{cases}$$

Equation mécanique

$$C_m = J\frac{d^2\theta}{dt^2} + f\frac{d\theta}{dt} + C_r \;\Rightarrow\; C_m = J\frac{d\Omega}{dt} + f\Omega + C_r$$

$$* \; U = Ri + L\frac{di}{dt} + E \;\Rightarrow\; U(p) = (R + Lp)I(p) + E(p) \;\Rightarrow\; \boxed{I(p) = \frac{U(p) - E(p)}{R + Lp}}$$

$$* \; C_m = J\frac{d\Omega}{dt} + f\Omega + C_r \;\Rightarrow\; C_m(p) = (Jp + f)\Omega(p) + C_r \;\Rightarrow\; \boxed{\Omega(p) = \frac{C_m(p) - C_r}{Jp + f}}$$

$$* \; E = k\Omega \;\Rightarrow\; E(p) = k\Omega(p)$$

Le schéma fonctionnel est alors le suivant :

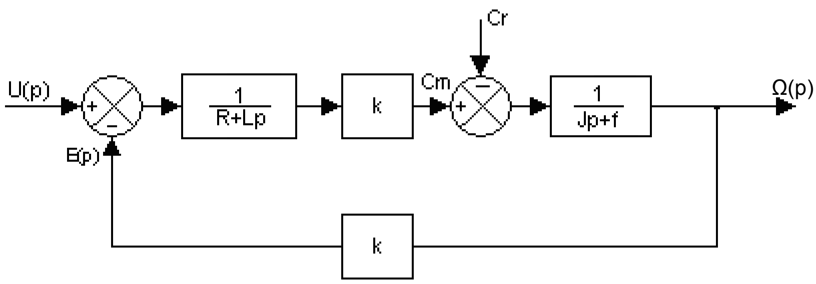


Fig. 3.23

2. Fonction de transfert : $H(p) = \dfrac{\Omega(p)}{U(p)}$

Posons $\left.\begin{array}{l} H_1(p) = \dfrac{\Omega(p)}{U(p)} \\ H_2(p) = \dfrac{\Omega(p)}{C_r(p)} \end{array}\right\} \Rightarrow \quad \Omega(p) = H_1(p)U(p) + H_2(p)Cr(p)$

* $H_1(p) = ?$

$$H_1(p) = \left.\frac{\Omega(p)}{U(p)}\right|_{C_r(p)=0}$$

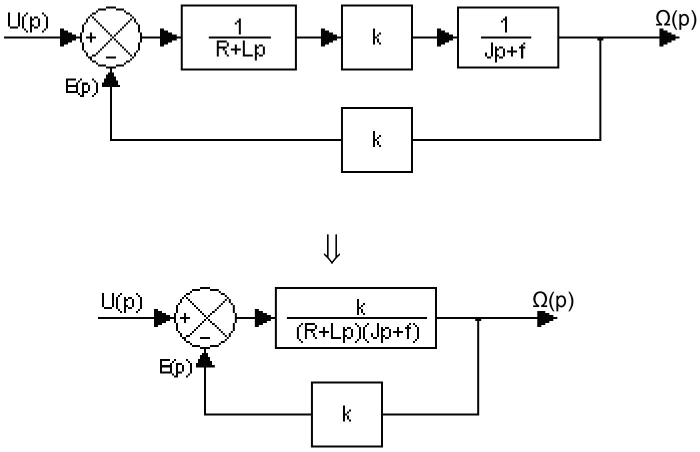


Fig. 3.24

$$\boxed{H_1(p) = \frac{k^2}{k^2 + (R+Lp)(Jp+f)}}$$

* $H_2(p) = ?$

$$H_2(p) = \left.\frac{\Omega(p)}{C_r(p)}\right|_{U(p)=0}$$

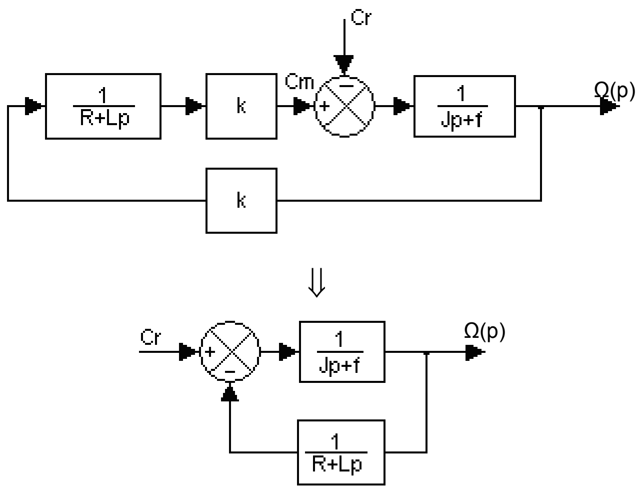


Fig. 3.25

$$\boxed{H_2(p) = \frac{R+Lp}{k^2 + (R+Lp)(Jp+f)}}$$