

CHAPITRE III

CORRECTION DES SYSTEME ASSERVIS LINEAIRES

I. INTRODUCTION

On caractérisera les performances d'un système par la manière dont il répond à un certains nombres d'entrées typiques (échelon, rampe, impulsion et sinusoïde). Si ces performances ne satisfont pas au cahier des charges fixé, il sera nécessaire d'ajouter un système de correction permettant de modifier et d'améliorer les performances du système commandé.

L'objectif principal, de l'intercalation d'un correcteur, est donc d'améliorer les performances du système. Se ci se traduit généralement en termes d'écart entre la sortie $y_m(t)$ du système réel et une valeur désirée pour cette sortie appelée consigne $y_c(t)$.

Les objectifs de performance sont donc :

- **Suivi de consignes** : lorsque la consigne varie, on souhaite que la sortie du système commandé la suive 'correctement'. Cet objectif correspond à la maîtrise de la dynamique entre la consigne et la sortie du système commandé. C'est l'objectif d'*asservissement*.
- **Réjection des perturbations** : dans les spécifications de poursuite, la prise en compte des perturbations n'apparaît pas clairement. Pourtant on devine que cet effet risque de ne pas être négligeable. C'est la raison pour laquelle on se fixe généralement un objectif supplémentaire appelé objectif de *régulation*. Cet objectif définit l'aptitude du système commandé à rejeter les perturbations.

Le schéma fonctionnel du système asservis avec correction se présente sous cette forme.

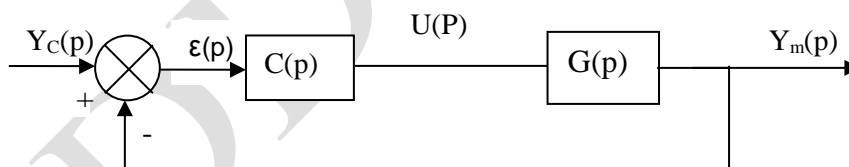


Figure III.1 : Schéma général de la boucle de régulation corrigée

- $C(p)$: Correcteur.
- $G(p)$: le système.
- $U(p)$: le signal de commande du système.

Le correcteur peut se présenter sous forme d'un circuit analogique. Les correcteurs les plus simples réalisent principalement des fonctions de type « proportionnelle », « intégrale », « dérivée » ou une combinaison de certaines d'entre elles.

II. CORRECTEUR PROPORTIONNEL

1. Fonction de transfert :

$$C(p) = K \quad \text{avec } K > 0$$

2. Action du correcteur :

Ce correcteur équivaut à une translation de la courbe de module dans le plan de Bode.

Avantage :

- Augmentation de la bande passante du système.
- Améliore la rapidité du système.
- Augmentation de la précision pour un système sans intégrateur.

Inconvénients :

- Amplification sur toute la bande de fréquence.
- « Rapproche » le point critique (instabilité)

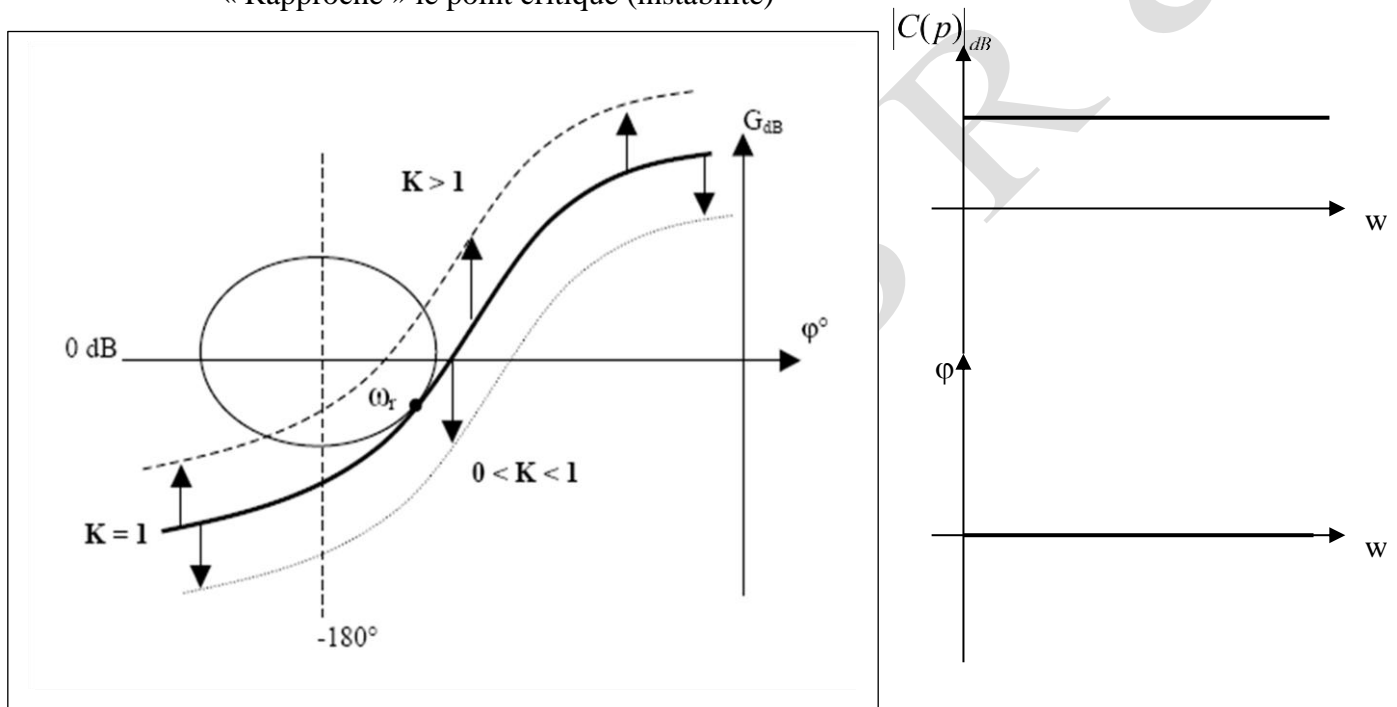


Figure III.2. Action proportionnelle dans le plan de Bode

3. Réalisation

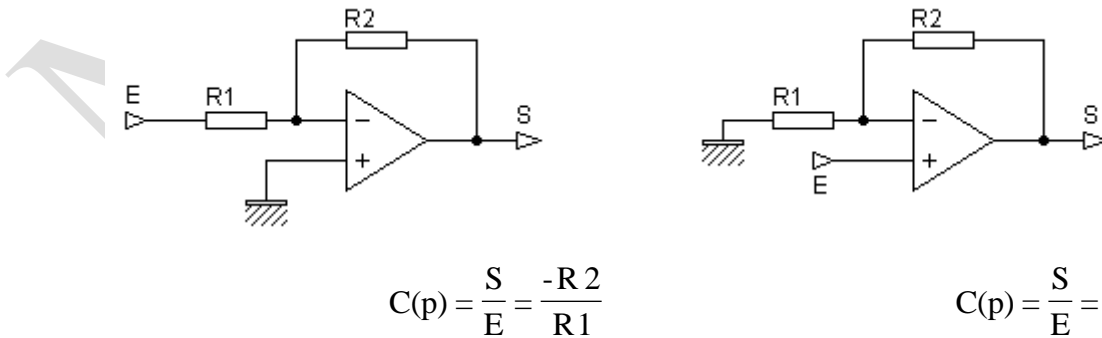


Figure III.3. Réalisation d'un correcteur proportionnel

III. CORRECTEUR PROPORTIONNEL INTEGRALE (P.I)

1. Fonction de transfert :

$$C(p) = K \frac{1 + \tau \cdot p}{\tau \cdot p} \quad \text{Avec } K > 0 \text{ et } \tau = \frac{1}{\omega_i} > 0$$

2. Action du correcteur

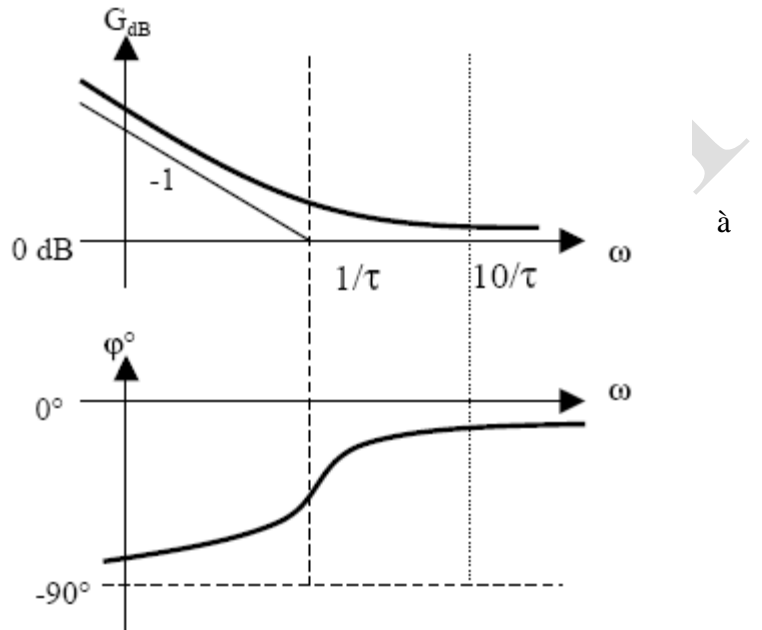
L'action de ce correcteur se fait sur les basses fréquences. Il introduit un gain et une action intégrale.

Avantage :

- annule l'erreur statique grâce à l'action intégrale

Inconvénients :

- retard de phase à cause de l'action intégrale qui peut conduire à une instabilité si le correcteur est mal placé.



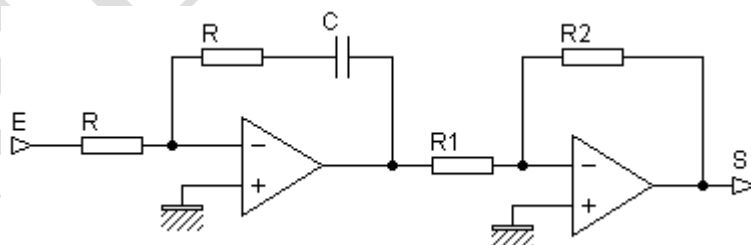
3. Placement – dimensionnement

Compte tenu de l'effet parasite, il faut que la pulsation ω_i du correcteur PI soit petite devant la pulsation en boucle ouverte au gain unité ω_u . Ainsi, le retard de phase amené sera éloigné du point critique et ne conduira pas à rendre le système instable.

Une méthode classique consiste à placer le correcteur par la méthode du pôle dominant. Le pôle dominant (τ_{max}) du système correspond à la constante de temps la plus grande, ce pôle limite la rapidité du système.

- Déterminer la fonction du système en boucle ouverte.
- Fixer $\omega_i = \frac{1}{\tau_{max}}$ pour éliminer le pôle dominant.
- Déterminer K pour avoir la marge de phase du cahier des charges.

4. Réalisation



$$C(p) = \frac{S}{E} = \frac{R2}{R1} \cdot \frac{1 + RC \cdot p}{RC \cdot p}$$

$$\tau = RC$$

$$K = \frac{R2}{R1}$$

Figure III.3. Réalisation d'un correcteur proportionnel intégral

En pratique, pour éviter une saturation en tension de sortie, on monte une résistance R_0 en parallèle sur RC ($R_0 \gg R$).

IV. CORRECTEUR A RETARD DE PHASE

1. Fonction de transfert :

$$C(p) = K \frac{1 + \tau p}{1 + b \tau p}, \quad b > 1, K > 0, \tau > 0$$

2. Action du correcteur

L'action de ce correcteur se fait sur les basses fréquences.

Il permet de réduire l'erreur statique

Il ralentit le système et le déstabilise s'il est mal placé.

On a les relations suivantes :

$$\omega_m = \frac{1}{\tau \sqrt{b}} \quad \text{et} \quad \sin(\varphi_m) = \frac{1-b}{1+b}$$

3. Placement - dimensionnement

Ce correcteur est placé après un correcteur proportionnel.

Si $1/\tau < \omega_r$, on augmente la marge de phase en conservant un bon gain en basse fréquence, mais on a une diminution de la bande passante.

Dans ce cas, l'effet du correcteur a la forme suivante.

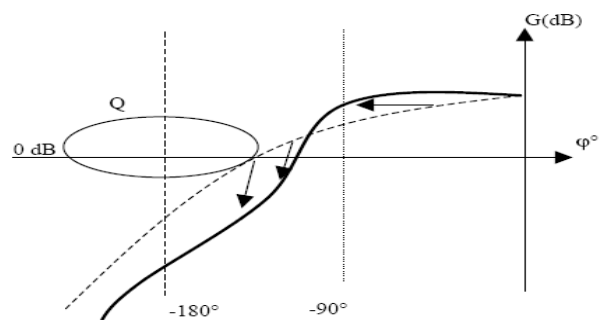
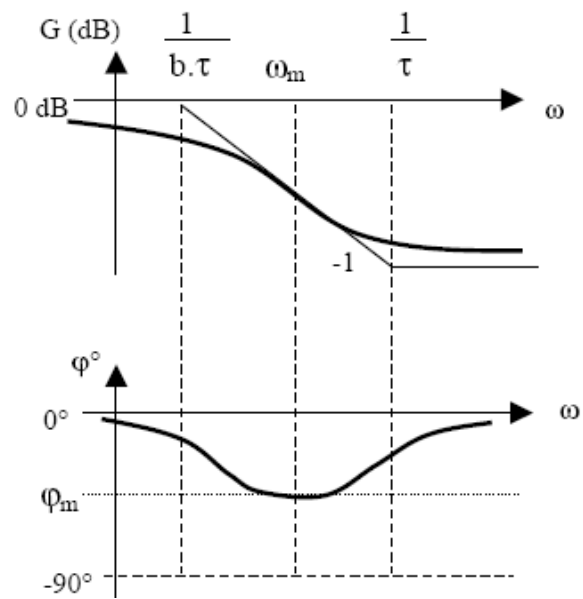


Figure III.4. Effet d'un correcteur à retard de phase sur l'abaque de black

4. Réalisation

$$C(p) = \frac{1 + R_1 C_1 p}{1 + R_2 C_2 p}$$

avec

$$R_2 C_2 > R_1 C_1$$

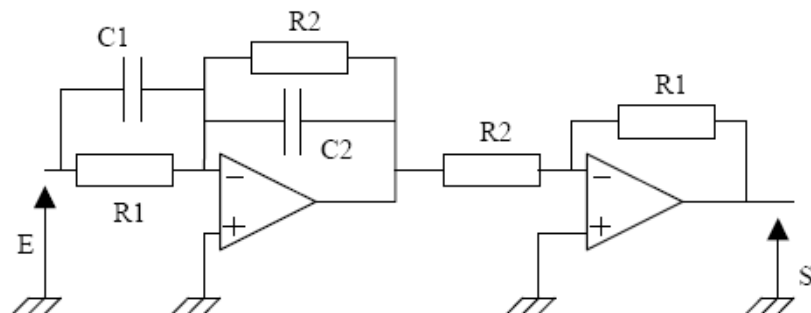


Figure III.5. Réalisation d'un correcteur à retard de phase

V. **CORRECTEUR PROPORTIONNEL DERIVE (P.D)**

1. **Fonction de transfert**

$$C(p) = K(1 + \tau.p) \quad \text{avec } K > 0 \text{ et } \tau = \frac{1}{\omega_d} > 0$$

En fait, ce correcteur présente un gain infini en haute fréquence, ce qui est physiquement irréalisable. Pour limiter le gain en hautes fréquences, le correcteur à action proportionnel dérivé se met donc sous la forme suivante:

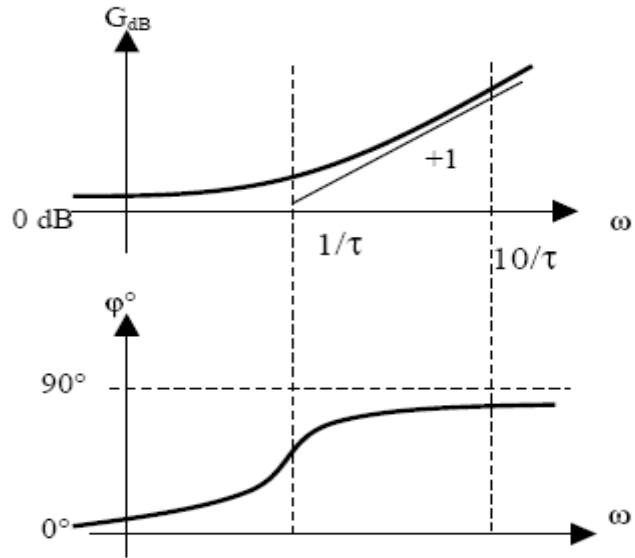
$$C(P) = K \frac{1 + \tau_d P}{1 + \tau P} \quad \text{avec } \tau \ll \tau_d$$

2. **Action du correcteur**

L'action de ce correcteur se fait sur les hautes fréquences.

Son effet est stabilisant et à tendance à augmenter la rapidité.

On remarque, sur le diagramme de Bode, que ce correcteur induit un gain infini en hautes fréquences et qu'à $10/\tau$, le gain apporté est de 20 dB et la phase apportée est quasiment de 90°



3. **Placement - dimensionnement**

Pour être efficace, ce correcteur doit vérifier $\frac{1}{\tau} \ll \omega_r$.

C'est-à-dire que l'effet doit se produire suffisamment tôt.

Il y a donc augmentation de la marge de phase, de la marge de gain, de la pulsation de résonance et de la bande passante.

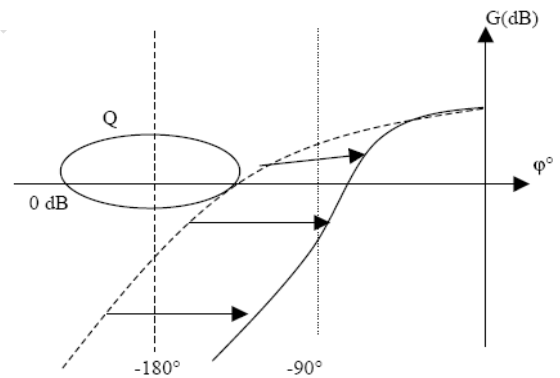


Figure III.6. Effet d'un correcteur proportionnel dérivé (PD) sur l'abaque de Black

4. **Réalisation**

$$C(p) = K(1 + \tau.p)$$

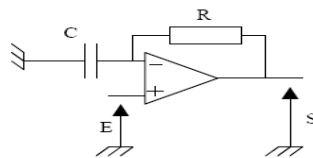


Figure III.7. Réalisation d'un correcteur PD

VI. CORRECTEUR A AVANCE DE PHASE

1. Fonction de transfert

$$C(P) = K \frac{1 + a\tau P}{1 + \tau P} \text{ avec } a > 1, K > 0, \tau > 0$$

2. Action du correcteur

Ce correcteur permet d'augmenter la rapidité du système.

Le correcteur induit une avance de phase qui maximum à la pulsation :

$$\omega_m = \frac{1}{\tau\sqrt{a}} \text{ et on a } \sin(\varphi_m) = \frac{a-1}{a+1}$$

3. Placement - dimensionnement

Ce correcteur est placé soit après un correcteur proportionnel soit avant.

On constate pour un réglage avec

$$\omega_r \text{ voisin de } \omega_m \text{ et tel que : } \frac{1}{a\tau} < \omega_r < \frac{1}{\tau}$$

On a une action stabilisante importante autour de la pulsation de résonance qui permet d'accroître alors le gain K du système.

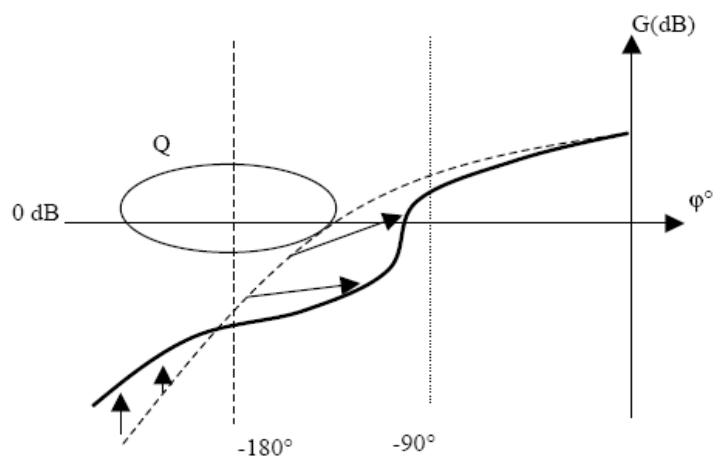
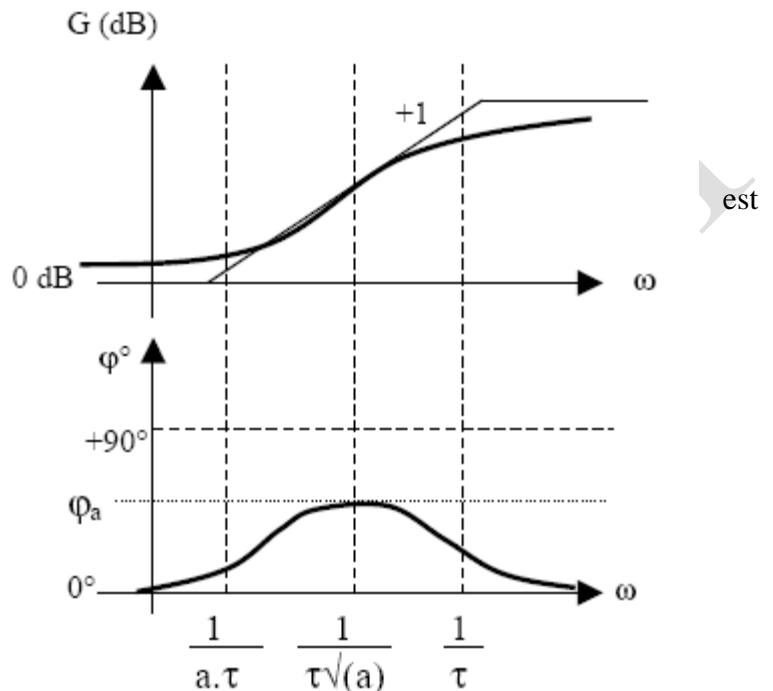
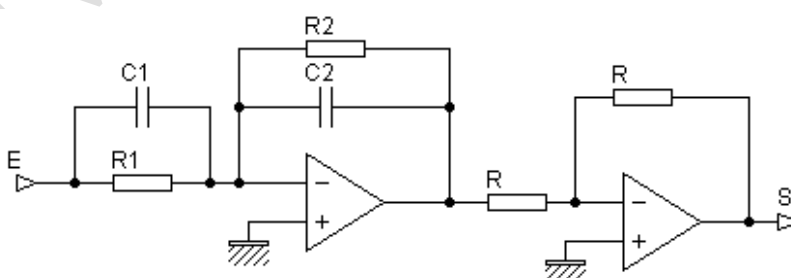


Figure III.8. Effet du correcteur à avance de phase

4. Réalisation



$$C(p) = \frac{S}{E} = \frac{R_2}{R_1} \frac{1 + R_1 C_1 p}{1 + R_2 C_2 p}$$

avec $R_1 C_1 > R_2 C_2$

Figure III.9. Réalisation d'un correcteur à avance de phase

VIII. CORRECTEUR PROPORTIONNEL INTEGRAL DERIVE (P.I.D)

1. Fonction de transfert

$$C(p) = K(1 + \frac{1}{\tau_i p} + \tau_d p)$$

On peut écrire C(P) sous cette forme $C(p) = K(\frac{1 + \tau_i p + \tau_d \tau_i p^2}{\tau_i p}) = \frac{K}{\tau_i p} (1 + T_1 p)(1 + T_2 p)$

Avec :
$$\begin{cases} T_1 T_2 = \tau_i \tau_d \\ T_1 + T_2 = \tau_i \end{cases}$$

En résolvant le système, on trouve :

$$\begin{cases} T_1 = \frac{\tau_i}{2} \left(1 + \sqrt{1 - 4 \frac{\tau_d}{\tau_i}} \right) \\ T_2 = \frac{\tau_i}{2} \left(1 - \sqrt{1 - 4 \frac{\tau_d}{\tau_i}} \right) \end{cases} \text{ si est seulement si } \tau_i > 4 \tau_d$$

2. Action du correcteur

Ce correcteur permet d'augmenter la précision statique due à l'intégration. Il induit une avance de phase donc il a un effet stabilisant et à tendance à augmenter la rapidité.

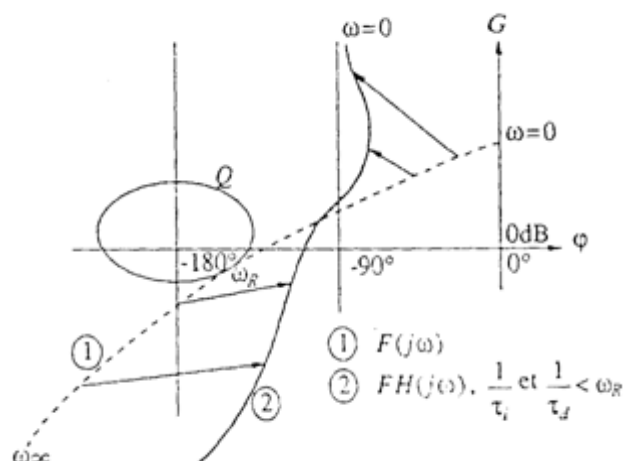
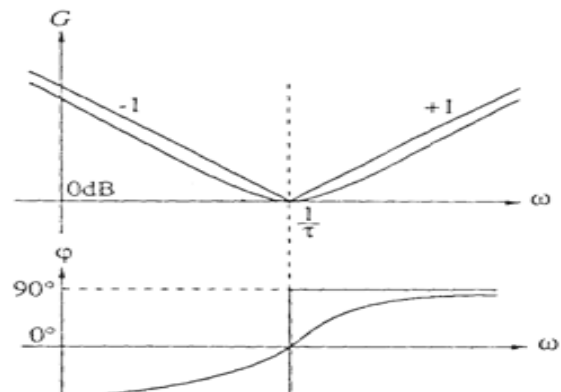


Figure III.10. Effet du correcteur PID